

J. W. Guirguis.

Frankfurt a. M. 1981.

DIE EINBEZIEHUNG QUADRATISCHER KOLLEKTIVER

KOPPLUNGSPOTENTIALE IN EIN ADIABATISCHES

SCHWERIONENSTREUMODELL

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung

des Doktorgrades der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der

Johann Wolfgang Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

von

Jannette Wasif Guirguis

aus

Zefta

Ägypten

Frankfurt am Main

1980



Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik der

Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dekan: Prof. Dr. W. Martienssen

Leiter der Arbeit: Prof. Dr. W. Greiner

Erster Berichterstatter: Prof. Dr. W. Greiner

Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. J. Maruhn

Tag der mündlichen Prüfung: **16. Juni 1981**

Inhaltsübersicht

Seite

I	Einleitung	1
II	Das Kern-Kern Potential	14
A	Der Realteil des Potentials	14
	1. Die Liquiddropenergie	15
	1.1. Die Coulombenergie	15
	1. Die Coulombwechselwirkungsenergie	20
	1i. Die Coulombselbstenergie	24
	1.2. Die Oberflächenenergie	24
	2. Die Yukawaenergie	28
	2.1. Die Yukawawechselwirkungsenergie	28
	2.2. Die Yukawaselbstenergie	29
B	Der Imaginärteil des Potentials	30
III	Die Theorie der Streuung identischer schwerer Kerne	37
IV	Die Streumatrix und die Berechnung des Streuquerschnitts	45
V	Vergleiche mit dem Experiment	50
VI	Zusammenfassung und Ausblick	62
<u>Anhänge</u>		
A:	Berechnung des Yukawa Integrals und der radialen Koeffizienten des Realteils des Potentials	65
B:	Integrale über Besselfunktionen	76

	Seite
C: Die Umkopplungsformen	82
D: Berechnung des Streuquerschnitts	89
Figurenbeschreibung	92
Figuren	
Literaturverzeichnis	98
Danksagung	
Lebenslauf	

I. Einleitung.

Die Eigenschaften von Atomkernen werden vorwiegend durch Streuexperimente erforscht. Seit dem Bau größerer Beschleuniger wurden Winkelverteilungen und Anregungsfunktionen zahlreicher Reaktionen wie $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$, $^{14}\text{N} - ^{14}\text{N}$, $^{16}\text{O} - ^{12}\text{C}$, $^{18}\text{O} - ^{18}\text{O}$, $^{24}\text{Mg} - ^{24}\text{Mg}$, $^{28}\text{Si} - ^{16}\text{O}$, $^{28}\text{Si} - ^{28}\text{Si}$, $^{40}\text{Ca} - ^{40}\text{Ca}$ bis hinauf zu $^{238}\text{U} - ^{238}\text{U}$ gemessen.

Man bezeichnet diese Streuung als Schwerionen-Streuung, um sie von der Streuung sehr leichter Teilchen, wie Elektronen, Protonen, Deuteronen oder Alpha-Teilchen zu unterscheiden. Von besonderem Interesse ist hierbei unter anderem die Erzeugung superschwerer Elemente, das Auffinden stabiler Zustände der Kernmaterie bei höheren Dichten und die Physik starker Felder. Die verschiedenen Theorien, welche die Wechselwirkung zwischen zwei Kernen beschreiben,

können an Hand der Streuquerschnitte schwerer Kerne überprüft werden. Werden schwere Kerne aneinander gestreut, so besteht die Möglichkeit, daß sie ein Kernmolekül bilden. Unter einem Kernmolekül versteht man ein System von zwei Kernen, die an ihren Oberflächen aneinander haften. Die beiden Kerne ziehen sich durch den langreichweitigen Anteil der Kernkraft an. Sie verschmelzen jedoch nicht, da das Molekül rotiert und durch Zentrifugalkräfte, die im Gleichgewicht mit den anziehenden Kernkräften stehen, voneinander getrennt gehalten werden. Im Jahre 1960 fand Bromley [1] in der $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Streuung (siehe Figur I.1) Resonanzen von .1 bis .3 MeV Breite, die er mit der Bildung von Kernmolekularen Zuständen der beiden Kerne erklärte. Imanishi [2] nahm an, daß das molekulare System auch aus einem ^{12}C - Kern im O^+ Zustand und einem ^{12}C - Kern im

angeregten 2^+ Zustand ($E^* = 4.43 \text{ MeV}$) bestehen kann.

Wenn das Projektil mit einer Energie E_1 über der Coulombbarriere in das effektive Kern-Kern Potential eintritt, kann es vorkommen (siehe Figur 1.2), daß aufgrund eines Minimums im Potential ein quasigebundener Zustand angeregt wird. Dabei wird die Energie E^* auf **intrinsische Freiheitsgerade** übertragen, wobei die Energiedifferenz $E_1 - E^*$ der Energie des quasigebundenen Zustands im Potential entspricht. Diese Ideen wurden von W. Scheid und W. Greiner [3] eingeführt und begründet und viel später auch von Abe [4] weiterentwickelt.

Nach dem Doppelresonanz - [3] bzw. Band - Crossing - Modell [4] treten intermediäre Strukturen in den Streuquerschnitten auf, wenn erstens im elastischen Kanal des $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Systems virtuelle Resonanzen angeregt werden, und zweitens nach einer inelastischen Anregung der ^{12}C - Kerne der Energieverlust aus der radialen

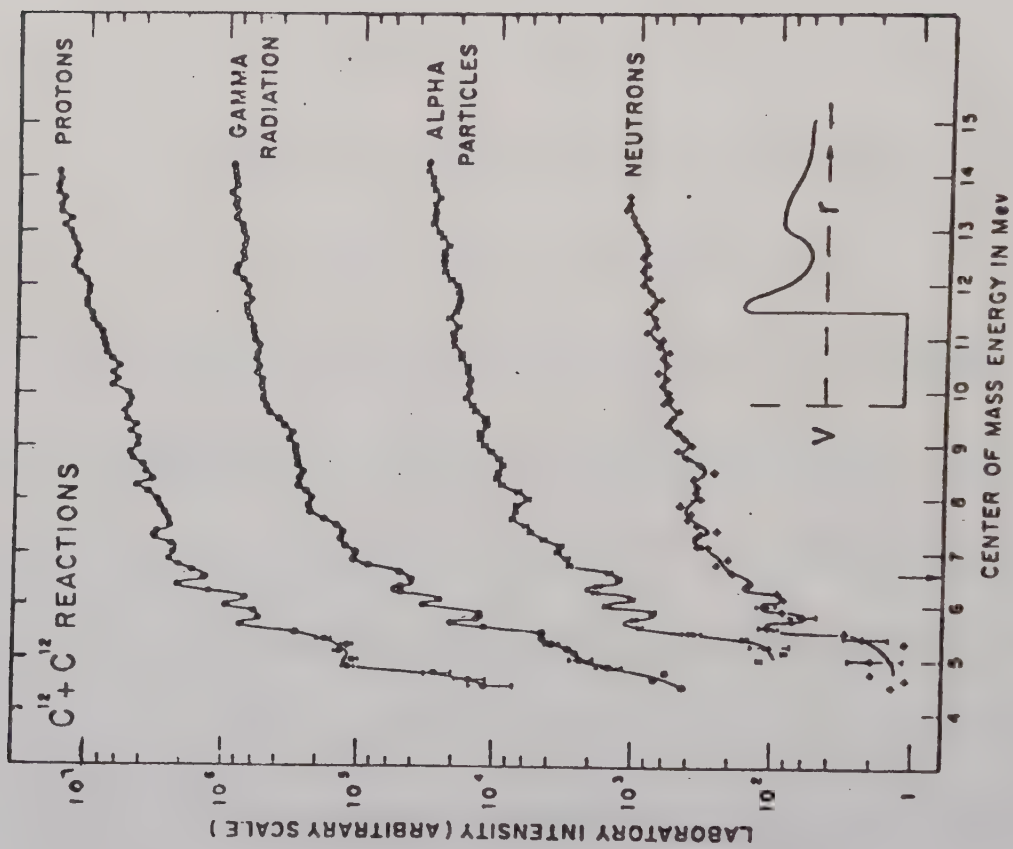


Fig. I.1

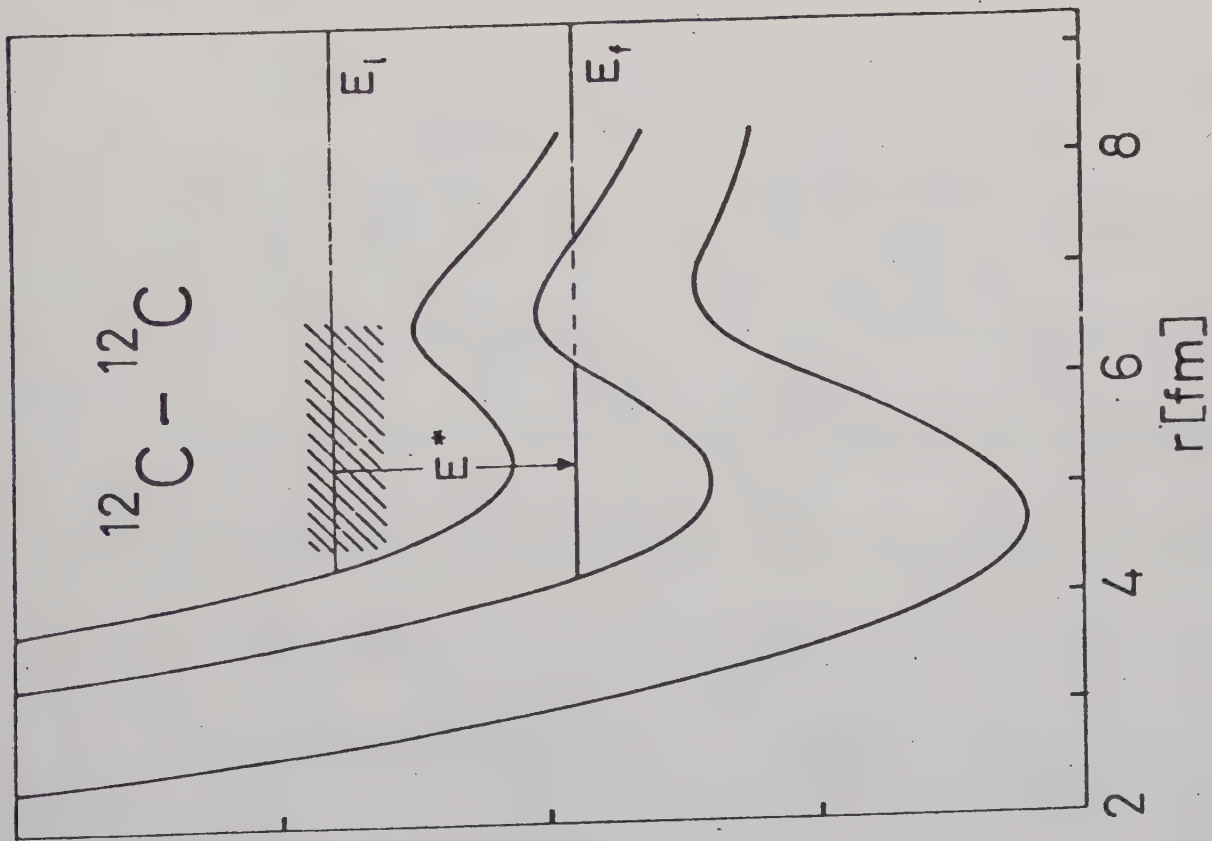


Fig 1.2

Erläuterung zum Doppelresonanzmechanismus nach Ref.3)

Bewegung in einen der quasigebundenen Resonanzzustände

des quasimolekularen Potentials führt. Das heißt :

Die Energiedifferenzen zwischen den virtuellen und

quasigebundenen Resonanzzuständen müssen gleich den

Anregungsenergien der ^{12}C - Kerne sein (Doppelresonanzmechanismus), wie es in Figur (I.2) dargestellt ist.

Es treten prägnante Strukturen auf, die nur als Resonanzen, und nicht etwa als statistische Fluktuationen [3]

gedeutet werden können. Im Energiebereich zwischen 4. und

12.5 MeV deuten die Breiten ($\Gamma < 1$ MeV) der intermediären

Resonanzen auf ein Gebilde aus zwei ^{12}C - Kernen hin,

dessen Lebensdauer nach der Heisenberg'schen Unschärfe-

relation ($\tau = 10^{-20}$ s) deutlich über der Vorbeiflugzeit

der beiden Kerne ($\tau = 10^{-23}$ s), aber auch deutlich unter

der Lebensdauer des Compoundkerns liegt ($\tau \sim 10^{-18}$ s).

Das bedeutet, daß die Kerne im Eingangskanal über einen

Zwischenzustand laufen (door way state) bevor sie zum

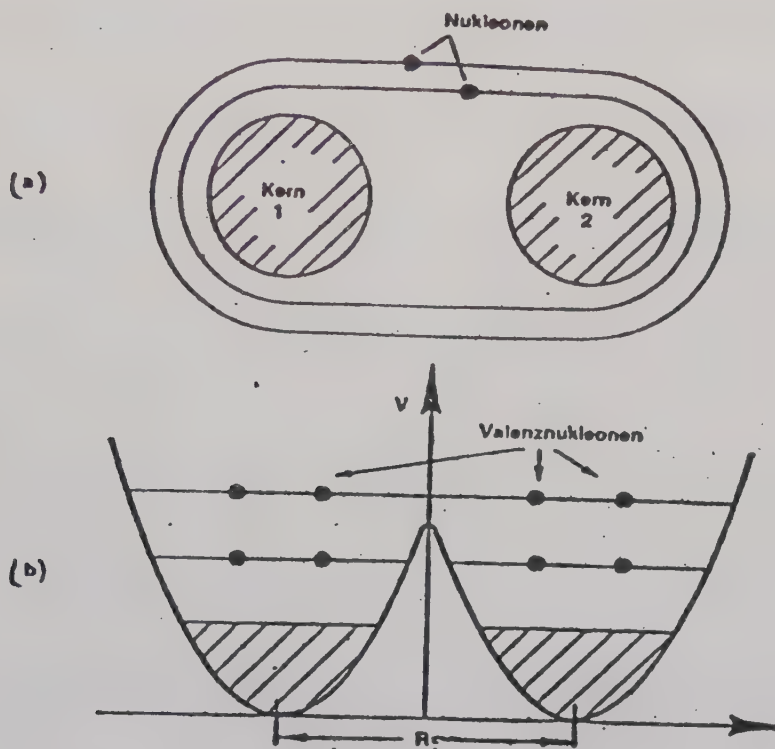
Compoundkern verschmelzen oder in einen direkten Kanal

zerfallen.

Im Rahmen des Zweizentrenschalenmodells kann man

schematisch ebenfalls Kernmoleküle erklären

(siehe Figur (I.3))



Figur I.3

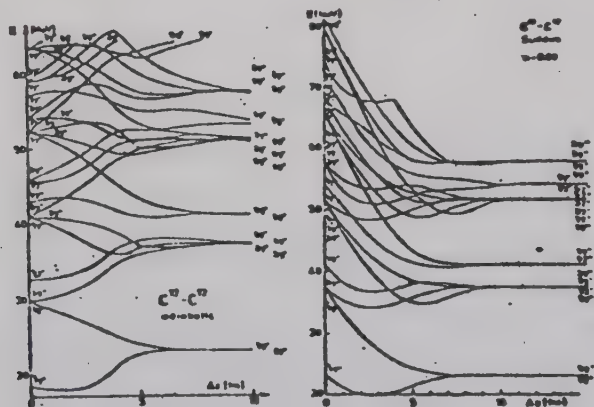
(a) Um die beiden Kerne kreisen z.B. zwei Valenznukleonen und binden so diese Kerne aneinander.

(b) Veranschaulichung der Valenznukleonen im Zweizentrenschalenmodell: Nur die obersten, am leichtesten gebundenen

Nukleonen gehören beiden Kernen gemeinsam, d.h. umkreisen sie. Die tiefer gebundenen Nukleonen gehören zu den separaten Kernen. Eine mikroskopische Berechnung des Potentials hätte von der grundlegenden Zwei-Teilchen-Kraft auszugehen. Umfangreiche Zweizentrenpotentialberechnungen wurden von Morović und W. Greiner [33] durchgeführt, wobei sie das von J. Maruhn und W. Greiner [34] entwickelte symmetrische Zweizentrenschalenmodell verwendet haben. Das Potential soll bei großen Relativabständen die Schalenstruktur zweigetrennter ^{12}C - Kerne beschreiben, bei vollständigem Überlapp soll die ^{24}Mg - Struktur entstehen. Die Behandlung des Problems läßt sich in zwei Approximationen darstellen:

(1) In der "Sudden" - Näherung, d.h. der ^{24}Mg - Kern wird auf ^{12}C - Größe komprimiert. Dieses läßt sich erreichen, indem man die Oszillatorkonstante während des Überlappvorganges konstant hält.

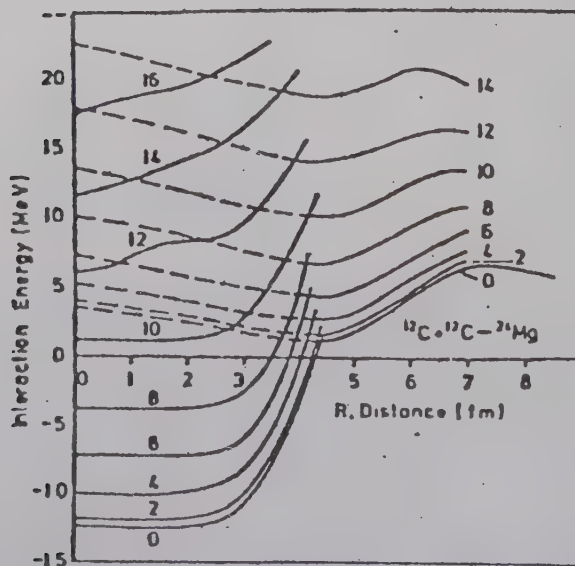
(ii) In der adiabatischen Näherung bleibt das Volumen konstant. Für jeden Abstand der zwei Zentren werden die gemeinsamen Einteilchenniveaus nach der Methode von P. Holzer und W. Greiner [35] bestimmt und die tiefsten Zustände gemäß dem Pauliprinzip aufgefüllt. Das reelle Potential ergibt sich für jeden Abstand, wenn die Einteilchenenergien bis zur Fermikante aufsummiert werden, sowie die Coulombenergie hinzugerechnet wird. Figur (I.4) zeigt die Einteilchenniveaus für die beiden (Sudden - und adiabatische) Näherung im $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Fall.



Figur (I.4)

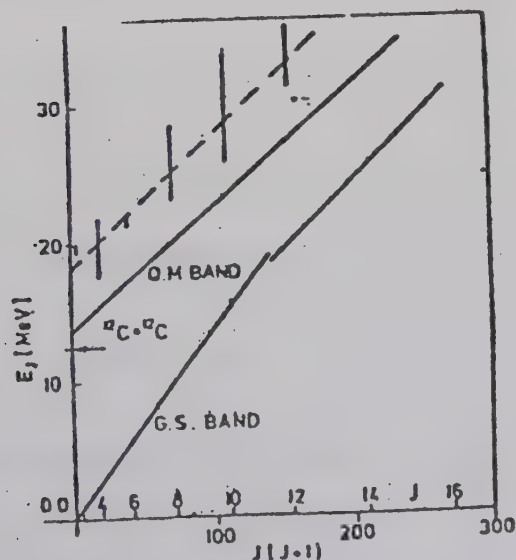
Morović [33] hat das Sudden Potential verschiedener symmetrischer Systeme berechnet. Er hat gefunden, daß der Potentialtopf bis zum Nd - Nd (Neodymium) System quasigebundene Zustände enthält.

H. Chandra und U. Mosel [17] erhalten das Potential bei Minimierung der Energie im mitrotierenden Koordinaten-System nach einem Strutinsky - Verfahren. In Figur (I.5) ist das adiabatische Potential der ^{24}Mg - Grundzustands-konfiguration bei kleinen Abständen und das Sudden Potential des $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Systems mit quasimolekularen Zuständen für größere Abstände ($r > 4\text{ fm}$) zu sehen.



Figur (I.5)

Figur (I.6) zeigt die Grundzustandsbande (G.S.Band) und die Minima der äußeren Drehimpulspotentiale der Figur (I.5) (Q.M.Band), die die quasimolekulare Bande bilden, wenn man die Nullpunktenergien hinzuaddiert, stimmt diese Bande gut mit experimentellen Daten [17] überein (siehe gestrichelte Kurve Figur (I.6)). Es wurde gefunden, daß das Abbrechen der Grundzustandsbande bei $J = 12 \hbar$, der Cut-off dieser Bande, durch eine innere Umstrukturierung des ^{24}Mg - Kerns bedingt ist (Loch in der P - Schale und Partikel in der f-Schale [17]).



Figur (I.6)

Im Rahmen ihres mikroskopischen Modells konnten Chandra und Mosel zeigen, daß für ^{24}Mg und ^{32}S spezielle, recht stabile Konfigurationen existieren, die ihrer Struktur nach, direkt mit den molekularen Konfigurationen in den $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ und $^{16}\text{O} - ^{16}\text{O}$ Systemen in Beziehung zu setzen sind. Mit zunehmender Separation assoziieren sie diese Zustände mit den molekularen "door-way-states", die zur Erklärung der intermediären Resonanzen notwendig sind. Sollen diese energetisch hochliegenden molekularen Zustände in den Streuquerschnitten Wirkung zeigen, darf die Absorption in diesem Bereich nicht stark sein, andernfalls werden die Strukturen ausgedämpft. H.J. Fink, W. Scheid und W. Greiner [11] forderten daher die Existenz eines "molekularen Fensters", eine Bedingung für das imaginäre Potential, die wir im Kapitel II dieser Arbeit detaillierter besprechen werden. Mehrere Autoren weisen darauf hin [5,29], daß für die Beobachtbarkeit intermediärer Resonan-

zen folgende Bedingungen erfüllt sein sollten:

(i) Die Anzahl offener Reaktionskanäle und die Dichte der Compoundzustände müssen klein sein.

(ii) Beide Kerne im Eingangskanal müssen α - Cluster - Kerne sein.

Eine Interpretation der $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Resonanzen, die nicht auf der Existenz eines Kernmoleküls, sondern eines komplexeren Zustandes (und zwar eines ^{12}C - Rumpfs umgeben von 3α - Teilchen) fußt, gaben Michaud, Vogt [5a] und Voit [5b] .

Auch hier wird durch intrinsische Anregung Energie aus der radialen Bewegung entnommen, so daß quasigebundene Zustände in der Relativbewegung angeregt werden. Die Entwicklung neuer Theorien und die Messung von Streuquerschnitten der verschiedenen Ausgangskanäle des $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Systems ist heute noch nicht abgeschlossen [6,7,8].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden ein adiabatisches,

makroskopisches Modell der Kern-Kern Wechselwirkung mit höheren Ordnungen des Übergangspotentials entwickelt und umfangreiche Berechnungen von Anregungsfunktionen und inelastischen Streuquerschnitten im Formalismus der gekoppelten Kanäle durchgeführt. Die Anregung der ^{12}C -Kerne in kollektive Zustände wird sowohl im Vibrationsmodell bis zum $(4_2^+, 2_2^+, 0_2^+)$ Zwei - Phononen-Zustand als auch im Rotationsmodell über die Kopplung der Grundzustandsbande $0^+ \longrightarrow 2^+(4.43 \text{ MeV}) \longrightarrow 4^+(14.08 \text{ MeV})$ beschrieben.

In dieser Arbeit wird gezeigt, daß die 2^+ und 4^+ Zustände des $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Systems, die Glieder derselben Rotationsbande sind, eine große Rolle im Doppelresonanzmechanismus spielen.

Im Kapitel II wird die analytische Berechnung des reellen Potentials, der Kopplungspotentiale in höheren Ordnungen der Kollektivkoordinaten $\alpha_{i\ell m}$ durchgeführt und der Imaginärteil des optischen Potentials festgelegt.

In den Kapiteln III und IV findet sich eine Beschreibung der Theorie der Streuung identischer schwerer Kerne und der Streuquerschnitte. In den Kapiteln V und VI werden die numerischen Ergebnisse vorgeführt und zusammengefaßt.

Im Anhang werden folgende mathematische Methoden und formale Punkte ausführlicher erläutert:

- Die explizite Form des Yukawa - Integrals und der radialen Koeffizienten des Potentials.
- Integrale über Produkt der Besselfunktionen.
- Die Umkopplung der kollektiven Koordinaten untereinander und ihre Kopplung mit den Kugelflächenfunktionen.
- Die Berechnung von Matrixelementen des gekoppelten Systems und Vergleich der reduzierten Matrixelemente im Rotations- und Vibrationsmodell.
- Berechnung des Streuquerschnitts.

II Das Kern-Kern Potential :

A Der Realteil des Potentials .

Es ist bekannt, daß die Schwerionenstreuung weder als "Sudden" noch als "adiabatisch" angesehen werden kann, sondern vielmehr zwischen diesen beiden extremen Annahmen verläuft [3]. Betrachten wir sie näherungsweise als einen adiabatischen Prozeß, so kann man annehmen, daß die Dichte ρ des Gesamtsystems zu jeder Zeit konstant ist. Dies bedeutet, daß das von den beiden Kernen eingeschlossene Volumen während des Stoßes konstant ist und deshalb keine Kompression der Kernmaterie berücksichtigt werden muß. Das Kern-Kern Potential V besitzt die Form:

$$V = V_N + V_C .$$

Der Einfluß der Kernkraft wird durch den ersten Term V_N , die Yukawaenergie, beschrieben; sie entspricht der Oberflächenenergie im Tröpfchen - Modell.

Der zweite Term V_C stellt die Coulombenergie dar.

1. Die Tröpfenmodellenergie (Liquid-Drop)

Die Gesamtenergie des Kerns wird als die eines homogen geladen Tropfens angesehen. Hier ist nur der Teil der Energie von Interesse, der radial und deformationsabhängig ist: Die Coulombenergie und Oberflächenenergie.

Dann berechnet sich die Gesamtenergie relativ zum sphärischen Grundzustand des getrennten Systems wie folgt:

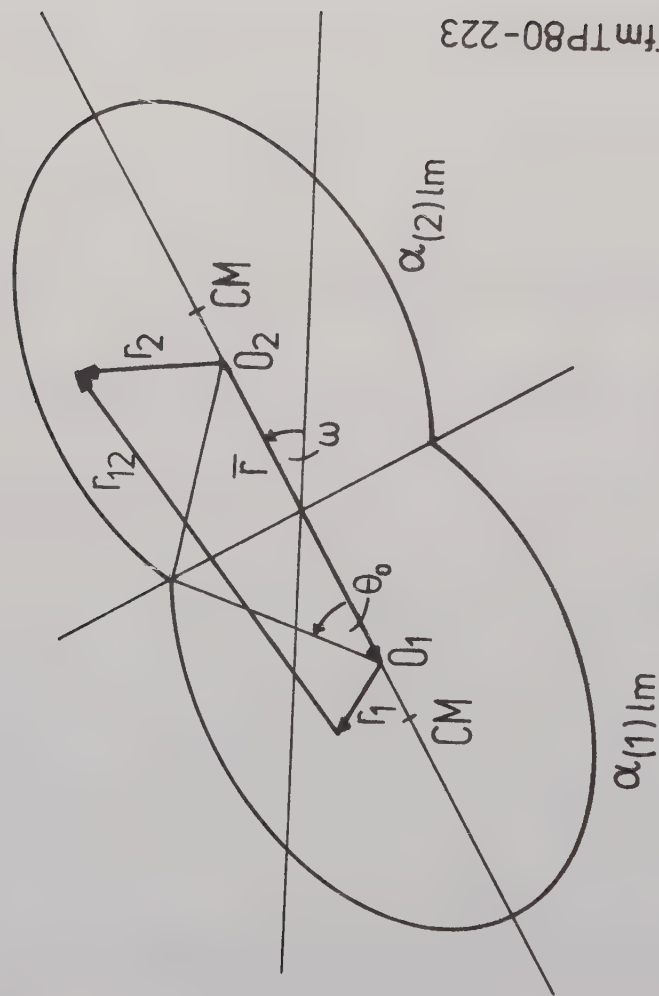
$$E_{LDE} = V_S + V_C - V_{S(0)} - V_{C(0)} ,$$

wobei V_S die Oberflächenenergie und V_C die Coulombenergie ist. Der Index " 0 " gibt diese Größen im Grundzustand an.

1.1. Die Coulombenergie.

Die Coulombenergie der aneinanderhaftenden Kerne wird durch die Gleichung

$$V_C = \sum_i E_C^{(i)}(r, \alpha_{(i)}) + V_{W.W}(r, \alpha_{(1)}, \alpha_{(2)}) .$$



UFFmTP80-223

Fig. II

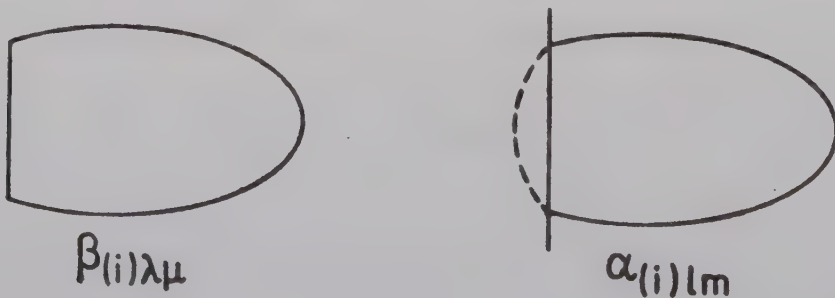
beschrieben, wobei $E_c^{(i)}$ die Coulombselbstenergie des Kerns ($i=1,2$), V_{ww} die Coulombwechselwirkungsenergie zwischen den beiden Kernen und r die Relativkoordinate ist, gemessen von Kern (2) zum Kern (1). Bevor wir die potentielle Energie, insbesondere die Wechselwirkungsenergie zweier sich überlappenden Kerne, berechnen, wollen wir Oberflächenkoordinaten definieren, die sowohl im Überlappbereich als auch im übrigen Raum gelten. Dies hat den Vorteil, daß wir die Coulombwechselwirkungsenergie analytisch berechnen können. Dabei nehmen wir an, daß die beiden Kerne eine scharf begrenzte Oberfläche haben, die durch

$$R_{(i)} = R_{oi} \left(1 + \sum_{\lambda \mu} \beta_{\lambda \mu} D_{\lambda \mu}^{\lambda}(\omega) Y_{\lambda \mu}^*(\Omega_{(i)}) \right); \quad i=1,2$$

(1)
beschrieben wird. R_{oi} ist der mittlere Radius des Fragmentes i , ω beschreibt die drei Euler Winkel und

$\Omega_i = (\theta_i, \phi_i)$ den Winkel zwischen dem Vektor $\vec{r}_i$ und

der Verbindungsachse der Zentren der beiden Fragmente in intrinsischen Koordinaten, $i = (1,2)$. Die zur Beschreibung des Kern-Kern Systems verwendeten Koordinaten sind in Figur II dargestellt. Die Oberflächenkoordinaten $\beta_{i\lambda\mu}$ beschreiben die Kernoberflächen der beiden Fragmente, $i=(1,2)$, einschließlich der Trennfläche zwischen den beiden Fragmenten infolge des Überlapps, d.h. sie sind definiert für alle Winkel θ_i, ϕ_i mit $\theta_i \in [0, \pi]$ und $\phi_i \in [0, 2\pi]$. Wegen der abgeschnittenen Kappe treten im allgemeinen höhere Multipole auf. Im Gegensatz dazu sind die $\alpha_{(i)lm}$ nicht im gesamten Winkelbereich definiert und beschreiben nur "einfache" Kernformen, die wir erhalten würden, wenn wir die "abgeschnittenen" Fragmente zu vollen Kernen ergänzen, wie es in Figur III gezeigt ist.



Figur III

Mit Hilfe der $\alpha_{\omega \ell m}$ können wir die Oberflächen der Fragmente entsprechend der Winkelbereiche wie folgt darstellen:

$$R_{ii}(\Omega_i) = \begin{cases} R_{oi} \left(1 + \sum_{\ell m m'} \alpha_{\omega \ell m} D_{m m'}^{\ell}(\omega) Y_{\ell m'}^*(\Omega_i) \right), & \theta_{oi} \leq \theta_i \leq \pi - \theta_{oi} \\ C_i \frac{r}{X_i} & 0 \leq \theta_i \leq \theta_{oi} \end{cases} \quad (2)$$

mit $\phi_i \in [0, 2\pi]$, $i = 1, 2$, $X_i = \cos \theta_i$,

Für ein symmetrisches System gilt $C_i = 1/2$, wobei der

obere Ausdruck den deformierten Kernrand in der bekannten

Weise wiedergibt, das untere die Trennebene der über-

lappenden Kerne beschreibt. Aus Gleichung (1) ergibt sich:

$$\sum_{\mu} \beta_{ii \lambda \mu} D_{\mu \mu'}^{\lambda}(\omega) = \int \left(\frac{R_{ii}}{R_{oi}} - 1 \right) Y_{\lambda \mu}^*(\Omega_i) d\Omega_i \quad (3)$$

Setzen wir (2) in (3) ein und berücksichtigen wir die

Beziehung zwischen Kugelfunktion $Y_{\lambda 0}$ und Legendre

Polynomen $P_{\lambda}(x)$, erhalten wir für den Kern (1):

$$\begin{aligned} \sum_{\mu} \beta_{ii \lambda \mu} D_{\mu \mu'}^{\lambda}(\omega) &= \sqrt{\pi} \hat{\lambda} \int_{-1}^{x_{oi}} \left(1 - \frac{x_{oi}}{x} \right) P_{\lambda}(x) dx \delta_{\mu' 0} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{\ell L 0} \hat{\lambda} \hat{\ell} (\lambda \ell L | 0 0 0) (\lambda \ell L | \mu' - \mu' 0)^* \\ &\int_{-1}^{x_{oi}} P_{\ell}(x) dx (-1)^{\mu'} \delta_{\nu \mu'} \alpha_{\omega \ell 0} D_{\nu \mu}^{\ell}(\omega) \end{aligned} \quad (4)$$

Multiplizieren wir Gleichung (4) mit $D_{\epsilon \mu'}^{*\lambda}(\omega)$ und summieren wir über alle μ' bei Verwendung der Symmetrieeigenschaft der Clebsch - Gordan - Koeffizienten und der Orthogonalitätsrelation der Drehmatrizen, können wir

$\beta_{\omega, \lambda \mu}$ als Funktion der üblichen kollektiven Variablen

$\alpha_{\omega, \ell m}$ wie folgt schreiben:

$$\beta_{\omega, \lambda \mu} = g(\lambda, x_{01}) Y_{\lambda \mu}(\Omega_r) + \sum_{\ell L} f(\lambda \ell L, x_{01}) [\alpha_{\omega, \ell}^{\ell} \otimes Y^L]^{\lambda} \quad (5)$$

und für den anderen Kern

$$\beta_{(2), \lambda \mu} = (-1)^{\lambda} g(\lambda, x_{02}) Y_{\lambda \mu}(\Omega_r) + \sum_{\ell L} (-1)^L f(\lambda \ell L, x_{02}) * [\alpha_{\omega, \ell}^{\ell} \otimes Y^L]^{\lambda} \quad (6)$$

mit

$$g(\lambda, x_{0i}) = 2\pi \int_1^{x_{0i}} \left(1 - \frac{x_{0i}}{x}\right) P_{\lambda}(x) dx ; \quad x_{0i}$$

$$f(\lambda \ell L, x_{0i}) = \sqrt{\pi} \hat{\ell} (-1)^{(3\ell+L)/2} (\lambda \ell L | 000) \int_{-1}^{x_{0i}} P_L(x) dx$$

Aus den Gleichungen (5) und (6) folgt, daß

asymptotisch - für getrennte Fragmente - die $\beta_{\omega, \lambda \mu}$

in die üblichen Koordinaten $\alpha_{\omega, \lambda \mu}$ übergehen.

$$\beta_{(1)} \lambda_{\mu} = \alpha_{(1)} \lambda_{\mu} \quad .$$

$$r \longrightarrow \infty$$

$$\beta_{(2)} \lambda_{\mu} = \alpha_{(2)} \lambda_{\mu} \quad .$$

1. Die Coulombwechselwirkungsenergie

Die Coulombwechselwirkungsenergie ist gegeben durch:

$$V_{C.W.W} = \frac{Z_1 Z_2}{A_1 A_2} e^2 \iint \frac{\rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|} d\tau_1 d\tau_2 \quad (7)$$

Gleichung (7) läßt sich in folgender Form schreiben:

$$V_{C.W.W} = \frac{Z_1 Z_2}{A_1 A_2} e^2 \lim_{\mu \rightarrow \infty} \iint \rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2) \frac{e^{-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|/\mu}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|} d\tau_1 d\tau_2 \quad (8)$$

Es zeigt sich jedoch, daß die auftretenden Integrale zu großen mathematischen Schwierigkeiten führen. Nimmt man näherungsweise eine homogene Dichteverteilung in beiden Kernen an:

$$\rho(\vec{r}_i) \approx \rho_0 = \frac{3A}{4\pi R_0^3}$$

so kann Gleichung (8) geschrieben werden als:

$$V_{C.W.W} = \frac{32\pi Z_1 Z_2}{A_1 A_2} e^2 \rho_0^2 \lim_{\mu \rightarrow \infty} \chi(\mu, \vec{r}) \quad ,$$

wobei

$$32\pi \chi(\mu, \vec{r}) = \iint \frac{e^{-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|/\mu}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2 + \vec{r}|} d\tau_1 d\tau_2 \quad (8.a)$$

ist.

Beschränken wir uns auf Terme quadratisch in den Oberflächenvariablen $\beta_{(1)\lambda\mu}$, ergibt sich $\mathcal{X}(\mu, \bar{r})$ zu

(siehe Anhang A):

$$\begin{aligned} \mathcal{X}(\mu, \bar{r}) = & R_{01}^2 R_{02}^2 [F_{110}(\mu, Y) + R_{02} \sum_{\lambda\mu} (-1)^\lambda \beta_{(1)\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\Omega_r) \\ & * G_{\lambda 1 \lambda}(\mu, Y) + R_{02} \sum_{\lambda\mu} \beta_{(2)\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\Omega_r) G_{1 \lambda \lambda}(\mu, Y) \\ & + R_{01} \sum_{\sigma} N(\sigma) (-1)^J \beta_{(1)\lambda\mu} \beta_{(1)\lambda'\mu'} Y_{J \mu+\mu'}^*(\Omega_r) \{ (J+2) * \\ & G_{J 1 J}(\mu, Y) - R_{01} B_{J+1 \lambda J}(\mu, Y) \} + R_{02} \sum_{\sigma} N(\sigma) * \\ & \beta_{(2)\lambda\mu} \beta_{(1)\lambda'\mu'} Y_{J \mu+\mu'}^*(\Omega_r) \{ (J+2) G_{1 J J}(\mu, Y) - R_{02} * \\ & B_{1 J+1 J}(\mu, Y) \} + 2 R_{01} R_{02} \sum_{\sigma} N(\sigma) \beta_{(1)\lambda\mu} \beta_{(2)\lambda'\mu'} Y_{J \mu+\mu'}^*(\Omega_r) * \\ & (-1)^{(\lambda+J-\lambda')/2} B_{\lambda \lambda' J}(\mu, Y)] , \end{aligned} \quad (9)$$

wobei wir die Abkürzungen:

$$\begin{aligned} Y = & \{R_{01}, R_{02}, r\} \quad ; \quad \sigma = \{\lambda, \lambda', J, \mu, \mu'\} \\ N(\sigma) = & \frac{1}{2} \frac{\hat{\lambda} \hat{\lambda}'}{\sqrt{4\pi} \hat{J}} (\lambda \lambda' J | 0 0 0) (\lambda \lambda' J | \mu \mu' \mu + \mu') . \\ \hat{n} = & \sqrt{2n+1} \\ F_{110}(\mu, Y) = & \int_0^\infty \frac{dk}{k^2 + 1/\mu^2} J_1(kR_{01}) J_1(kR_{02}) J_0(kr) \\ G_{n_1 n_2 n_3}(\mu, Y) = & \int_0^\infty \frac{k dk}{k^2 + 1/\mu^2} J_{n_1}(kR_{01}) J_{n_2}(kR_{02}) J_{n_3}(kr) \\ B_{n_1 n_2 n_3}(\mu, Y) = & \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{k^2 + 1/\mu^2} J_{n_1}(kR_{01}) J_{n_2}(kR_{02}) J_{n_3}(kr) \end{aligned} \quad (10)$$

eingeführt haben. Unter Berücksichtigung der Bedingungen der Volumen- und Schwerpunktserhaltung (A 11.a, A 11.b) und unter Verwendung der Regeln zu den Umkopplungsschemata, die in Anhang C erläutert werden, sind die Größen

$$\sum_{\mu} (-1)^{\mu} \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda-\mu} ; \quad \sum_{\mu\mu'} \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda'\mu'} Y_{\substack{\lambda\lambda' \\ \mu\mu'}}^{*}(\Omega_r) * \\ (\lambda\lambda') | \mu\mu' \mu+\mu')$$

Funktionen der üblichen Kollektivkoordinaten $\alpha_{(i)lm}$

gegeben zu :

$$\begin{aligned} \sum_{\mu} (-1)^{\mu} \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda-\mu} &= \frac{2\lambda+1}{4\pi} g(\lambda, x_{0i}) g(\lambda, x_{0i}) + \sum_{\ell L} \frac{2(2\lambda+1)}{\sqrt{4\pi}} * \\ &(-1)^{(3L+\ell)/2} g(\lambda, x_{0i}) f(\lambda\ell L, x_{0i}) (\lambda\ell L | 000) * \\ &[\alpha_{(i)}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{(0)} + \sum_{\ell L \ell' L'} \frac{\hat{\ell} \hat{L}'}{\sqrt{4\pi}} (2\lambda+1) * \\ &(-1)^{(3L+L'+3\lambda)/2+\ell} f(\lambda\ell L, x_{0i}) f(\lambda'\ell' L', x_{0i}) * \\ &W(\ell L \ell' L'; \lambda\lambda) (L' L' | 000) [[\alpha_{(i)}^{\ell} \otimes \alpha_{(i)}^{\ell'}]^{(L)} \\ &\otimes Y^{(L)}]^{(0)} , \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{\mu\mu'} \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda'\mu'} Y_{\substack{\lambda\lambda' \\ \mu\mu'}}^{*}(\Omega_r) (\lambda\lambda') | \mu\mu' \mu+\mu') \\ &= \frac{\hat{\lambda} \hat{\lambda}'}{4\pi \sqrt{4\pi}} (\lambda\lambda' | 000) g(\lambda, x_{0i}) g(\lambda', x_{0i}) + g(\lambda', x_{0i}) \sum_{\lambda\ell L} \frac{(2\lambda+1)}{2\pi \ell} * \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \hat{\lambda} \hat{\lambda}' \hat{\Lambda} \hat{\Lambda}' (-1)^{(3L+L')/2+J} f(\lambda \ell L, x_{0i}) W(\ell L J \lambda'; \lambda \Lambda) * \\
 & (\Lambda J \ell | 000) (L \lambda' \Lambda | 000) [\alpha_{i1}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{[0]} + \sum_{\ell' \ell' \Lambda' \Lambda_2} \frac{\hat{\ell} \hat{\ell}'}{4 \pi \Lambda} (2J+1) * \\
 & f(\lambda \ell L, x_{0i}) f(\lambda' \ell' L', x_{0i}) \begin{bmatrix} \ell L \lambda \\ \ell' L' \lambda' \\ \Lambda \Lambda_2 J \end{bmatrix} (L' \Lambda_2 | 000) (-1)^{\frac{1}{2}(3L+3L'+\Lambda)+J} \\
 & * (\Lambda_2 J \Lambda | 000) [[\alpha_{i1}^{\ell} \otimes \alpha_{i1}^{\ell'}]^{[\Lambda]} \otimes Y^{[\Lambda]}]^{[0]}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

wobei die Funktionen $g(\lambda, x_{0i})$, $f(\lambda \ell L, x_{0i})$ wie in Gleichungen (3) definiert sind.

Die Integrale in Gleichung (10) sind mit Hilfe des Residuensatzes analytisch lösbar; ihre Berechnung ist jedoch langwierig. Die Ergebnisse findet man in Anhang B.

Die Coulombwechselwirkungsenergie nimmt schließlich folgende Form an:

$$\begin{aligned}
 V_{c.w.w} = & V_c^{(0)}(r) + \sum_{\ell, i} V_{c_i}^{(1)}(r, \ell) [\alpha_{i1}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{[0]} \\
 & + \sum_{\lambda, i} V_{c_i}^{(2)}(r, \Lambda) [[\alpha_{i1}^{\ell} \otimes \alpha_{i1}^{\ell'}]^{[\Lambda]} \otimes Y^{[\Lambda]}]^{[0]} \\
 & + \sum_{\lambda, i} V_c^{(2)}(r, \Lambda) [[\alpha_{i1}^{\ell} \otimes \alpha_{i2}^{\ell'}]^{[\Lambda]} \otimes Y^{[\Lambda]}]^{[0]}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

mit

$$\mathcal{X} = \{ \ell \ell' \Lambda \} \quad ; \quad i = 1, 2$$

Die radialen Koeffizienten $V_{ci}^{(0)}$, $V_{ci}^{(1)}$, $V_{ci}^{(2)}$ und $V_c^{(2)}$ werden in Anhang A vorgeführt.

ii. Die Coulombselbstenergie.

Die Coulombselbstenergie $E_c^{(1)}$ ist gegeben durch:

$$E_c^{(1)} = \frac{1}{2} g_0^2 \iint_{\Omega} \frac{d\tau_1 d\tau_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

wobei Ω der Oberfläche einer deformierten Kugelkalotte

entspricht. $E_c^{(1)}$ läßt sich wie folgt schreiben, falls der

Relativabstand $r \leq R_{01} + R_{02}$ ist:

$$E_c^{(1)} = \frac{3Z^{(1)}e^2}{5R_{0i}} \left[1 + \frac{5}{4\pi} \sum_{\lambda\mu} \frac{(1-\lambda)}{(2\lambda+1)} (-1)^\mu \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda-\mu} \right]$$

Man erhält unter Benutzung von Gleichung (11):

$$E_c^{(1)} = e_{ci}^{(0)}(r) + \sum_{\ell} e_{ci}^{(1)}(r, \ell) [\alpha_{(i)}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{(0)} + \sum_{\ell} e_{ci}^{(2)}(r, \ell) * [[\alpha_{(i)}^{\ell} \otimes \alpha_{(i)}^{\ell'}]^{(n)} \otimes Y^{(n)}]^{(0)} \quad (14)$$

Die radialen Koeffizienten $e_{ci}^{(0)}$, $e_{ci}^{(1)}$ und $e_{ci}^{(2)}$ sind

wiederum in Anhang A definiert.

1.2. Die Oberflächenenergie

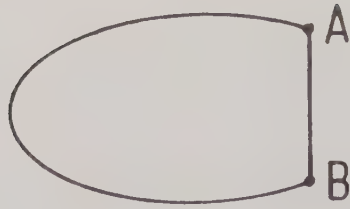
Die Oberflächenenergie $E_s^{(1)}$ berechnet sich wie folgt:

$$E_s^{(1)} = S \left[\int_{\Omega} R^2 \sqrt{1 + (\nabla R)^2} d\Omega - \text{Oberfläche des} \right.$$

Anteils AB]

,

(15)



wobei $\square$ der Oberfläche einer deformierten Kugelkalotte entspricht.

S ist konstant [18b].

$$(\nabla R)^2 = \frac{1}{R^2} \left(R_\theta^2 + \frac{R_\phi^2}{\sin^2 \theta} \right),$$

mit $R_\theta = \frac{\partial R}{\partial \theta}$, $R_\phi = \frac{\partial R}{\partial \phi}$.

Der Term $\left(R_\theta^2 + \frac{R_\phi^2}{\sin^2 \theta} \right)$ läßt sich wie folgt schreiben:

$$\left(R_\theta^2 + \frac{R_\phi^2}{\sin^2 \theta} \right) = \frac{1}{2} \hat{O} R^2 + R \hat{O} R \quad (16.a)$$

mit

$$\hat{O} = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} = - \frac{\hat{L}}{\hbar^2}, \quad (16.b)$$

$\hat{L}$ ist der Drehimpulsoperator, und es gilt:

$$\hat{O} Y_{lm} = -l(l+1) Y_{lm} \quad (16.c)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (16.a), (16.b), (16.c) und (1) erhalten wir:

$$E_S^{(ii)} = 2\pi S R_{oi} (1 + X_{oi}^2) + \frac{1}{2} S R_{oi}^2 \sum_{\lambda \mu} (\lambda-1)(\lambda+2) * \\ (-1)^\mu \beta_{ii, \lambda \mu} \beta_{ii, \lambda - \mu} \quad (17)$$

Setze man noch Gleichung (13) in Gleichung (17) ein,

so ergibt sich die Oberflächenenergie $E_s^{(1)}$ in abge-

kürzter Schreibweise zu :

$$E_s^{(1)} = V_{si}^{(0)}(r) + \sum_{\ell} V_{si}^{(1)}(r, \ell) [\alpha_{ii}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{(0)} + \sum_{\ell} V_{si}^{(2)}(r, \ell) \cdot \left[[\alpha_{ii}^{\ell} \otimes \alpha_{ii}^{\ell'}]^{(1)} \otimes Y^{(1)} \right]^{(0)} \quad (18)$$

Die Größen $V_{si}^{(0)}$, $V_{si}^{(1)}$ und $V_{si}^{(2)}$ sind in Anhang A

definiert. Mit Hilfe der Gleichungen (13), (14) und (18)

läßt sich das Schwerionenstrepotential V_{streu} in fol-

gender Weise schreiben:

$$\begin{aligned} V_{\text{streu}} = & V^{(0)}(r) + \sum_{\ell, i} V_i^{(1)}(r, \ell) [\alpha_{ii}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{(0)} \\ & + \sum_{\ell, i} V_i^{(2)}(r, \ell) \left[[\alpha_{ii}^{\ell} \otimes \alpha_{ii}^{\ell'}]^{(1)} \otimes Y^{(1)} \right]^{(0)} \\ & + \sum_{\ell, i} V_{1,2}^{(2)}(r, \ell) \left[[\alpha_{ii}^{\ell} \otimes \alpha_{ii}^{\ell'}]^{(1)} \otimes Y^{(1)} \right]^{(0)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Es besteht aus einem deformationsunabhängigen Term $V_{(r)}^{(0)}$,

dem "elastischen Potential" und einem zweiten Term, der

die Kopplung der Oberflächenschwingungen $\alpha_{ii, \ell m}$ mit der

Bahnbewegung (r, Ω) der beiden Kerne beschreibt; dieser

Term wird "lineares Kopplungspotential" genannt. Der dritte Term beschreibt die direkte Anregung entweder des Projektil - oder Target Kerns, während der vierte Term das mischungsquadratische Kopplungspotential darstellt, das die gleichzeitige Anregung beider Kerne beschreibt. Die abstandsabhängigen Koeffizienten $V_{(r)}^{(0)}$, $V_{(r)}^{(1)}$, $V_i^{(2)}$ und $V_{d,2}^{(2)}$ werden in Anhang A berechnet.

2. Das Yukawa Potential

Das Yukawa Potential läßt sich wie folgt schreiben:

$$V_N = V_{Y.W.W} + \sum_i E_Y^{(i)} \quad (20)$$

$V_{Y.W.W}$ ist die Yukawawechselwirkungsenergie und

$E_Y^{(i)}$ die Yukawaselbstenergie, $i = 1, 2$.

2.1 Die Yukawawechselwirkungsenergie

Die Yukawawechselwirkungsenergie ist :

$$V_{Y.W.W} = - \frac{V_0}{4\pi\mu^2} g_0^2 \mathcal{X}(\mu, \vec{r})$$

$\mathcal{X}(\mu, \vec{r})$ wurde bereits in Gleichung (8.a) definiert;

μ und V_0 beschreiben die Reichweite und Stärke der

Yukawakraft. Zur Berechnung der Yukawawechselwirkungs-

energie verwenden wir dieselben Methoden wie im Falle

der Coulombwechselwirkungsenergie und erhalten:

$$\begin{aligned} V_{Y.W.W} = & V^{(0)}(r) + \sum_{\ell, i} V_{Y_i}^{(1)}(r, \ell) [\alpha_{(i)}^{\ell} \otimes Y^{\ell}]^{[0]} \\ & + \sum_{\alpha, i} V_{Y_i}^{(2)}(r, \Lambda) [[\alpha_{(i)}^{\ell} \otimes \alpha_{(i)}^{\ell'}]^{[\Lambda]} \otimes Y^{[\Lambda]}]^{[0]} \\ & + \sum_{\alpha} V_Y^{(2)}(r, \Lambda) [[\alpha_{(1)}^{\ell} \otimes \alpha_{(2)}^{\ell'}]^{[\Lambda]} \otimes Y^{[\Lambda]}]^{[0]}. \end{aligned} \quad (21)$$

Die Größen $V_Y^{(0)}(\vec{r})$, $V_{Y_i}^{(0)}(r, \ell)$, $V_{Y_i}^{(2)}(r, \ell)$ und $V_Y^{(2)}(r, \ell)$ werden in Anhang A angegeben.

2.2. Die Yukawaselbstenergie

Die Yukawaselbstenergie $E_Y^{(i)}$ ist gegeben durch:

$$E_Y^{(i)} = - \frac{V_0}{8\pi\mu^2} \oint_0^2 \iint \frac{\bar{e}^{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|/\mu}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\tau_1 d\tau_2$$

Verwenden wir zur Berechnung des sechsfachen Integrals dieselben Näherungsmethoden wie bei der Berechnung des Yukawaintegrals $\chi(\mu, \vec{r})$, so ist die Yukawaselbstenergie leicht anzugeben und hat folgende Gestalt:

$$E_Y^{(i)} = 32\pi e_n R_{0i}^4 q_{11} + 8 e_n R_{0i}^6 \sum_{\lambda\mu} (-1)^\mu \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda\mu}^*$$

$$[O_{\lambda\lambda} - O_{11}] ,$$

mit

$$q_{11} = \int_0^\infty \frac{dk}{k^2 + 1/\mu^2} J_1^2(k R_{0i}) ,$$

$$O_{\lambda\lambda} = \int \frac{k^2 dk}{k^2 + 1/\mu^2} J_\lambda^2(k R_{0i})$$

Man erhält dann unter Benutzung von Gleichung (11)

$$E_Y^{(i)} = e_{Y_i}^{(0)}(r) + \sum_\ell e_{Y_i}^{(0)}(r, \ell) [\alpha_{(i)}^\ell \otimes Y^\ell]^{(0)} +$$

$$\sum_\lambda e_{Y_i}^{(2)}(r, \ell) [[\alpha_{(i)}^\ell \otimes \alpha_{(i)}^{\ell'}]^{(\lambda)} \otimes Y^{(\lambda)}]^{(0)}$$

(22)

Die radialen Koeffizienten $e_{Y_i}^{(0)}(r)$, $e_{Y_i}^{(1)}(r, e)$ und $e_{Y_i}^{(2)}(r, \lambda)$ werden in Anhang A berechnet.

E. Das imaginäre Potential

In der Streuung zweier schwerer Ionen bei hoher Energie, wo beide Kerne stark ineinander dringen können, wird die Zahl der möglichen inelastischen Reaktionskanäle sehr groß sein.

Dieser Absorption wird im optischen Modell durch ein Imaginärpotential Rechnung getragen. Eine mögliche Form des Imaginärpotentials ist die von Helling, W. Scheid und V. Greiner [14] entwickelte.

Nach "Fermi's Goldener Regel" beträgt die Übergangswahrscheinlichkeit in erster Ordnung:

$$\frac{d\omega_{AE}}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_E | V_S | \psi_A \rangle|^2 \rho(E^*, I) \quad (23)$$

Hierbei bedeuten $\rho(E^*, I)$ die Zustandsdichte des Praecompound-Kerns bei der Anregungsenergie E^* und

den Gesamtdrehimpuls I ; ψ_A und ψ_E die Wellenfunktion des Anfangs- bzw. des Endzustands und V_S die Nukleon - Nukleon Wechselwirkung.

Aus der Übergangswahrscheinlichkeit berechnet sich der Imaginäranteil zu:

$$W = -i\pi \left| \langle \psi_E | V_S | \psi_A \rangle \right|^2 \rho(E^*, I). \quad (24)$$

Für die Berechnung des in Gleichung (24) auftretenden Matrixelementes machen wir die vereinfachende Annahme, daß wir es proportional der Teilchenzahl $N(r)$ im Überlappgebiet der beiden Kerne setzen können

$$\left| \langle \psi_E | V_S | \psi_A \rangle \right|^2 \propto N(r)$$

und erhalten für den Imaginärteil des optischen Potentials:

$$W(r, E^*, I) \propto N(r) \rho(E^*, I). \quad (25)$$

Die Niveaudichte entnehmen wir dem statistischen Modell

[15]:

$$\rho(E^*, I) \propto \frac{2I+1}{\sigma^3} e^{2\sqrt{aE^*} - (I+\frac{1}{2})^2/2\sigma^2} \quad (26)$$

mit

$$\sigma^2 = \frac{\theta(r)}{\hbar^2} \sqrt{\frac{E^*}{\beta}}$$

σ ist der Drehimpulsabschneideparameter (Spin Cut-off),

$\theta(r)$ das Trägheitsmoment des Kern-Kern Systems und β ein freier Parameter.

Die Kerntemperatur T läßt sich für gegebene Anregungsenergie E^* aus folgender Gleichung berechnen [32]:

$$E^* = a T^2$$

mit [15]

$$a = 0.035 (A - 12) \text{ MeV}^{-1},$$

wobei A die Gesamtnukleonenzahl des Streusystems ist.

Für einen starren Körper, der konstante Dichte ρ hat,

ergibt sich das Trägheitsmoment $\theta(r)$ für ein System

aus zwei gleichen Kernen zu:

$$\theta(r) = \mu r^2 \left(1 + \frac{8}{5} \frac{1}{\epsilon^2}\right)$$

für

$$\epsilon = \frac{r}{R} \leq 2$$

r ist der Relativabstand der beiden Kerne, R der Radius der kugelförmigen Fragmente, und μ ist die reduzierte Masse des Kern-Kern Systems. Die Anregungsenergie E^* des Praecompoundkerns ist meistens größer als die Einschußenergie E über der Coulombbarriere, da der Praecompoundkern normalerweise eine größere Bindungsenergie besitzt als die einzelnen Kerne und ergibt sich zu:

$$E^* = E - V_{add.}(r)$$

$V_{add.}(r)$ ist der Monopolanteil des reellen Kern-Kern Potentials in der von uns benutzten adiabatischen Näherung. Das imaginäre Wechselwirkungspotential zwischen den beiden Kernen hat somit die Form:

$$W(r, E, I) = \alpha \frac{2I+1}{\sigma^3} N(r) e^{2\sqrt{\alpha(E-V_{add.}) - (I+\frac{1}{2})^2/2\sigma^2(r)}}, \quad (27)$$

wobei die Parameter α und β an das Experiment angepaßt werden.

Für die Existenz und Anregung von Kernmolekülen ist die Lage des Yrast - Niveaus sehr wesentlich. Diese Niveaus geben den Zustand des höchst möglichen Drehimpulses bei gegebener Anregungsenergie an. Da Kernrotationen für gewöhnlich den höchsten Drehimpuls bei gegebener Energie besitzen, wird das Yrast - Niveau dann erreicht, wenn die gesamte Anregungsenergie in Rotationsenergie umgewandelt wird. Es ist daher klar, daß alle statistischen Niveaudichteformeln, die im Imaginärteil des Potentials auftauchen, in der Nähe der Yrast - Niveaus zusammenbrechen [11].

Die Yrast - Linie gibt nun die Energie des Yrast - Niveaus in Abhängigkeit vom Drehimpuls an. Sie ist in Figur 13 schematisch eingetragen, wobei das Yrast - Band von ^{24}Mg durch Extrapolation der experimentellen 2^+ , 4^+ , 6^+ , 8^+ Grundzustandsrotationsniveaus erhalten würde. Unterhalb der Yrast - Linie ist das imaginäre

Potential exakt Null, da es dort keine Compound-Zustände gibt. Eine weitere wichtige Linie in der $(E^*, I(I+1))$ Ebene, ist die "komplementäre" Kurve zur Yrast - Linie: Die Linie der maximalen Niveaudichte. Wir nennen sie die Kamm-Linie, da sie den Drehimpuls angibt, für welchen die Niveaudichte bei gegebener Anregungsenergie am größten ist.

In diesem Sinne ist die Yrast - Linie die Minimum-Linie.

Unterhalb der Minimum-Linie ist die Niveaudichte bei gegebener Energie am niedrigsten, sogar exakt Null. Die Kamm - Linie liegt natürlich vollständig oberhalb der Yrast - Linie. Da der Imaginärteil des Potentials in Gleichung (24) proportional der Niveaudichte ist, wird die Absorption auf der Kamm-Linie am größten sein.

In Figur 13 ist der Verlauf der Niveaudichten und damit die Stärke des imaginären Potentials $W(E, I)$ schematisch dargestellt. Die Niveaudichten und $W(E, I)$ werden kleiner, wenn wir uns auf das Yrast - Niveau zu bewegen.

Tatsächlich fällt das imaginäre Potential auch ab, bewegt man sich von der Kamm-Linie in Richtung kleiner Drehimpulse. Daraus können wir schließen, daß das imaginäre Potential $W(E,I)$ oberhalb der Kamm-Linie ziemlich groß bleibt und in Richtung auf die Yrast-Linie hin sehr stark abfallen wird, um schließlich ganz zu verschwinden. Kernzustände in diesem Gebiet besitzen molekulare Natur, die sich in Streuquerschnitten durch intermediäre Strukturen bemerkbar macht, somit nicht auf Grund eines starken Imaginäranteils ausgedämpft wurden. Zustände in der Nähe des Yrast-Niveaus haben einen hohen Drehimpuls und können nur kollektive Zustände sein, die bei höheren Energien in molekulare Konfigurationen übergehen. Im Falle des ^{24}Mg Compound-systems sind solche molekularen Konfigurationen z.B.

$^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}, ^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}^*, ^{12}\text{C}^* - ^{12}\text{C}^*, ^{20}\text{Ne} - \alpha, ^{20}\text{Ne}^* - \alpha,$

$^{16}\text{O} - ^3\text{Be}, ^{16}\text{O}^* - ^3\text{Be}, \text{u.s.w.}$

Solche Konfigurationen haben entweder ein imaginäres Potential geringer Stärke oder überhaupt kein imaginäres Potential.

III. Die Theorie der Streuung identischer schwerer Kerne

Um die Streuung identischer schwerer Kerne zu beschreiben, folgen wir im wesentlichen den Arbeiten von Fink, Scheid, Greiner und Tamura [11]. Folgende Bedingungen sind zu erfüllen:

- (i) Die Wellenfunktion ist antisymmetrisch für Fermionen bzw. symmetrisch für Bosonen gegenüber der Permutation der Teilchenkoordinaten.
- (ii) Der Detektor kann nicht zwischen Teilchen (1) oder Teilchen (2) unterscheiden.

Der Hamiltonoperator H läßt sich in folgender Form schreiben:

$$H = T_r + H_1(1) + H_2(2) + W(\vec{r}, 1, 2) . \quad (28)$$

Tr ist der Operator der kinetischen Energie der Relativbewegung, $H_1(1)$ und $H_2(2)$ sind die intrinsischen Hamiltonoperatoren der Kerne (1) und (2) und $W(\bar{r}, 1, 2)$ beschreibt die Wechselwirkung zwischen den beiden Kernen. $W(\bar{r}, 1, 2)$ läßt sich in zwei Teile aufspalten: Einen Teil, der nur von der Relativkoordinate $\bar{r}$ abhängt und einen Rest, der nach Kugelfunktionen entwickelt werden kann.

$$W(\bar{r}, 1, 2) = U(r) + \sum_{LM} Q_M^L(\bar{r}, 1, 2) Y_M^{*L}(\Omega_r). \quad (29)$$

Da $W(\bar{r}, 1, 2)$ ein Skalar ist, ist Q_M^L ein sphärischer

Tensor mit

$$\frac{1}{2} Q_M^L Y_M^{*L}(\Omega_r) = [Q^L \otimes Y^L]^{[0]} + \{[Q^{\wedge} \otimes Y^{\wedge}]^{[0]} + [Q_{12}^{\wedge} \otimes Y^{\wedge}]^{[0]}\} \delta_{L\Lambda}. \quad (30)$$

Für identische Kerne gilt:

$$\begin{aligned} Q^L &= \sum_L \frac{V_{(r,L)}^{(1)}}{\hat{L}} [\alpha_{(1)}^L + (-1)^L \alpha_{(2)}^L], \\ Q^{\wedge} &= \sum_{L'L\Lambda} \frac{V_{(r,\Lambda)}^{(2)}}{\hat{\Lambda}} \{[\alpha_{(1)}^L \otimes \alpha_{(1)}^{L'}]^{[\Lambda]} + (-1)^{\Lambda} [\alpha_{(2)}^L \otimes \alpha_{(2)}^{L'}]^{[\Lambda]}\} \\ Q_{12}^{\wedge} &= \sum_{L'L\Lambda} \frac{V_{12}^{(1)}(r,\Lambda)}{\hat{\Lambda}} [\alpha_{(1)}^L \otimes \alpha_{(2)}^{L'}]^{[\Lambda]}. \end{aligned} \quad (31)$$

$U(r)$ wiederum besteht aus einem reellen Anteil, der die elastische Streuung beschreibt, sowie einem Imaginärteil, der die Wirkung nicht explizit behandelten inelastischen Prozesse auf die elastische Streuung beinhaltet :

$$U(r) = V(r) + i W(r, E, I) \quad . \quad (32)$$

Die Lösung der Schrödinger Gleichung

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$$

besitzt die Form:

$$\Psi = \sum_{\ell j \lambda I} R_{\ell j \lambda I}(r) [i^\ell Y_\ell(\theta, \varphi) \otimes \Phi_{j\lambda}]_{IM} \quad . \quad (33)$$

Die Wellenfunktion $\Phi_{j\lambda}(1,2)$, die nur von intrinsischen Koordinaten abhängt, beschreibt die innere Bewegung der Nukleonen in beiden Kernen. Diese ist durch Quantenzahlen charakterisiert, welche in $\lambda(\alpha_1, \alpha_2)$ zusammengefaßt sind.

Die Winkelabhängigkeit ist in den Kugelflächenfunktionen

Y_ℓ enthalten. J ist der Kanaldrehimpuls, der mit dem

Bahndrehimpuls ℓ zum Gesamtdrehimpuls I koppelt. Unter

der Annahme, daß beide Kerne Bosonen sind, muß die Wellen-

funktion Ψ symmetrisch unter der Permutation der Teilchenkoordinaten (1) und (2) sein.

Für die Wellenfunktionen $\Phi_{j\lambda}(1,2)$ muß dann gelten:

$$\Phi_{j\lambda}(1,2) = (-1)^l \Phi_{j\lambda}(2,1) .$$

Die Funktionen $\chi_{\alpha_i}(i)$ seien Eigenfunktionen der intrinsischen Hamiltonoperatoren H_i

$$H_i(i) \chi_{\alpha_i}(i) = \varepsilon_{\alpha_i} \chi_{\alpha_i}(i) , \quad i = 1, 2$$

mit

$\alpha_i = \alpha_i(I_i, M_i, n_i)$, wobei n_i zusätzliche Quantenzahlen darstellen.

Für die Wellenfunktion $\Phi_{j\lambda}(1,2)$ gilt dann:

$$\Phi_{j\lambda}(1,2) = [2(1 + \delta_{\alpha_1, \alpha_2})]^{-\frac{1}{2}} [\chi_{\alpha_1(1)} \otimes \chi_{\alpha_2(2)} + (-1)^l \chi_{\alpha_1(2)} \otimes \chi_{\alpha_2(1)}]$$

Die Differentialgleichung für den Radialanteil $R_{e j \lambda m}^{(r)}$

ergibt sich durch Anwendung des Projektionsoperators

$$\langle i | e [Y_e \otimes \Phi_{j\lambda}]_M^\dagger | \quad \text{auf die Schrödingergleichung}$$

$$H |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle :$$

$$\begin{aligned}
 & \left[-\frac{\hbar^2}{2\mu r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{d}{dr} + U(r) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + \varepsilon_{\alpha_1} + \varepsilon_{\alpha_2} - E \right] R_{\ell j \lambda I}^{(r)} \\
 &= - \sum_{\ell' j' \lambda'} i^{\ell' - \ell} \langle [Y_{\ell m} \otimes \Phi_{j \lambda}]^I | \{ Q_M^L + (Q_q^A + Q_{12}^A) \delta_{LM} \} \\
 & \cdot Y_{LM}^* | [Y_{\ell' m'} \otimes \Phi_{j' \lambda'}]^I \rangle.
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

Unter Verwendung der Drehimpuls-Algebra, die in Anhang C näher erläutert wird, reduziert sich die rechte Seite der Gleichungen (34) zu :

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{\ell' j' \lambda'} (-1)^L i^{\ell' - \ell} W(I j \ell' L; \ell j) (\ell \| Y^L \| \ell') * \\
 & \quad [(j \lambda \| Q^L \| j' \lambda') - \delta_{L0} \{ (j \lambda \| (Q^A + Q_{12}^A) \| j' \lambda') \}] * \\
 & \quad \delta_{II'} R_{\ell j \lambda I}^{(r)}.
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

Auf Grund der Konstruktion der Wellenfunktionen $\Phi_{j \lambda}$ und

$\Phi_{j \lambda'}$ zerlegen wir das reduzierte Matrixelement $(j \lambda \| Q^L \| j' \lambda')$

in folgende vier Terme, wobei wir mit Hilfe der Gleichungen

(C.5) und (C.6) des Anhangs C das reduzierte Matrixelement

$(j \lambda \| Q^L \| j' \lambda')$ über die Oberflächenkoordinaten α_{LM}

umformen zu :

$$\begin{aligned}
 (j\lambda \parallel Q^L \parallel j\lambda') &= V_{(\tau, L)}^{(III)} \frac{1}{2} [1 + (-1)^{e+e'+L}] \frac{j\hat{j}'}{L} [(1 + \delta_{\alpha, \alpha'}) * \\
 &\quad (1 + \delta_{\alpha', \alpha'})]^{-\frac{1}{2}} [\delta_{I_2 I_2'} \delta_{n_2 n_2'} (-1)^{I_1 + I_1' + L + J + J'} * \\
 &\quad W(I_2 J I_1' L; I_1 J') (I_1 n_1 \parallel \alpha^L \parallel I_1' n_1') + \delta_{I_1 I_1'} \delta_{n_1 n_1'} * \\
 &\quad W(I_1 J I_2' L; I_2 J') (I_2 n_2 \parallel \alpha^L \parallel I_2' n_2') + \delta_{I_1 I_2'} \delta_{n_1 n_2'} * \\
 &\quad (-1)^{I_1 + I_1' + J + e'} W(I_1 J I_1' L; I_2 J') (I_2 n_2 \parallel \alpha^L \parallel I_1' n_1') \\
 &\quad + \delta_{I_1 I_2'} \delta_{n_1 n_2'} (-1)^{I_1 + I_1' + J + L + e'} W(I_1 J I_1' L; I_1 J') * \\
 &\quad (I_1 n_1 \parallel \alpha^L \parallel I_1' n_1')] \quad (36)
 \end{aligned}$$

Für $(j\lambda \parallel Q_q^\Lambda \parallel j'\lambda')$ erhalten wir unter Verwendung der Gleichungen (36) und (C.8):

$$\begin{aligned}
 (j\lambda \parallel Q_q^\Lambda \parallel j'\lambda') &= V_{(\tau, \Lambda)}^{(2)} \frac{1}{2} [1 + (-1)^{e+e'+\Lambda}] j\hat{j}' * \\
 &\quad [(1 + \delta_{\alpha, \alpha_2}) * (1 + \delta_{\alpha', \alpha_2'})]^{-\frac{1}{2}} [\delta_{I_2 I_2'} \delta_{n_2 n_2'} * \\
 &\quad (-1)^{J+J'+I_1+I_1'+L+L'} W(I_2 J I_1' \Lambda; I_1 J') \\
 &\quad \sum_{I'' n''} W(L L' I_1 I_1'; \Lambda I'') (I_1 n_1 \parallel \alpha^L \parallel I'' n'') (I'' n'' \parallel \alpha^L \parallel I_1' n_1')
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \delta_{I_1 I_1'} \delta_{n_1 n_1'} (-1)^{L+L'} W(I, J, I_2', \Lambda; I_2, J') \sum_{I'' n''} W(L, L', I_2, I_2'; n I'')^* \\
 & (I_2 n_2 \| \alpha^L \| I'' n'') (I'' n'' \| \alpha^L \| I_2' n_2') + \delta_{I_1 I_2'} \delta_{n_1 n_2'} (-1)^{I_1 + I_1' + J + L + L' + e' + J} \\
 & W(I, J, I_1', \Lambda; I_2, J') \sum_{I'' n''} W(L, L', I_2, I_2'; n I'') (I_2 n_2 \| \alpha^L \| I'' n'')^* \\
 & (I'' n'' \| \alpha^L \| I_1' n_1') + \delta_{I_2 I_1'} \delta_{n_2 n_1'} (-1)^{I_1 + I_1' + L + L' + e' + J} \\
 & W(I, J, I_2', \Lambda; I_1, J') \sum_{I'' n''} W(L, L', I_1, I_1'; n I'') (I_1 n_1 \| \alpha^L \| I'' n'')^* \\
 & (I'' n'' \| \alpha^L \| I_2' n_2') .
 \end{aligned}
 \tag{37}$$

$(j \lambda \| Q_{12}^{\Lambda} \| j' \lambda')$ ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (C.7)

zu:

$$\begin{aligned}
 (j \lambda \| Q_{12}^{\Lambda} \| j' \lambda') & = V_{12}^{(2)}(r, \Lambda) \frac{1}{2} [1 + (-1)^{e+e'}] \hat{j} \hat{j}'^* \\
 & [(1 + \delta_{\alpha_1 \alpha_2})(1 + \delta_{\alpha_1' \alpha_2'})]^{-\frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} I_1, I_2, J \\ I_1', I_2', J' \\ L, L', \Lambda \end{matrix} \right\}^* \\
 & (I_1 n_1 \| \alpha^L \| I_1' n_1') (I_2 n_2 \| \alpha^L \| I_2' n_2') \\
 & + (-1)^{I_1 + I_2 - J + e} \left\{ \begin{matrix} I_2, I_1, J \\ I_1', I_2', J' \\ L, L', \Lambda \end{matrix} \right\} (I_2 n_2 \| \alpha^L \| I_1' n_1')^* \\
 & (I_1 n_1 \| \alpha^L \| I_2' n_2')
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

Zur Beschreibung der Kopplung ist noch die Kenntnis des Matrixelementes $\langle I \parallel \alpha^L \parallel I' \rangle$ notwendig. Dieses Matrixelement ist mit dem $B(EL)$ Wert verknüpft, und es gilt folgende Beziehung :

$$|\langle I_f \parallel \alpha^L \parallel I_i \rangle|^2 = (2I_i + 1) \left(\frac{4\pi}{3eZR^L} \right)^2 B(EL; I_i \rightarrow I_f). \quad (39)$$

Nach dem Vibrator-Modell (siehe Anhang C) und den Referenzen [11,18] gilt:

$$B(E2; 2_1^+ \rightarrow g.s.) = \frac{1}{2} B(E2; I_f(2P) \rightarrow 2_1^+(1P)) \quad (40)$$

wobei 1P , 2P einphononen und zweiphononen Zustände bezeichnen.

$$(2_1^+(1P) \parallel \alpha^L \parallel I_f(2P)) = \sqrt{\frac{2}{5}} \hat{I}_f \beta_2 \quad (41)$$

mit

$$\beta_2 = (g.s. \parallel \alpha^L \parallel 2_1^+(1P)) .$$

IV Die Streumatrix und die Berechnung des Streuquerschnitts

Asymptotisch, d.h. für großen Relativabstand r , wirkt zwischen den beiden Kernen nur das Coulombpotential. Deshalb kann die Lösung der Schrödingergleichung Ψ asymptotisch nach Coulombwellenfunktionen zum Gesamtspin I entwickelt werden:

$$\Psi_K^I = \sum_{K'} (J_{K'} \delta_{KK'} - O_{K'} S_{KK'}^I) [i^{l'} Y_{l'} \otimes \Phi_{j\lambda}']_M^I, \quad (42)$$

wobei die ein- und auslaufenden Coulombwellenfunktionen mit

$$J_K, O_K = (v^{1/2} r)^{-1} e^{\pm i \sigma_e} (G_e \mp i F_e) \quad (43)$$

bezeichnet sind.

σ_e ist die Coulombstreuphase, v die Anfangsgeschwindigkeit und F_e, G_e sind die regulären und irregulären Coulombwellenfunktionen. Der Index K steht für die Menge $(l j \lambda)$ und zählt die Kanäle bzw. Differentialgleichungen, die zum Gesamtdrehimpuls I miteinander gekoppelt sind.

Da der Gesamtspin I eine Erhaltungsgröße ist, ist die S - Matrix bezüglich I diagonal. Da Gleichung (34) ein System N gekoppelter Gleichungen darstellt (siehe auch Ref. [16]), gibt es genau N lineare unabhängige Lösungen, die überall regulär sind. Die allgemeine Lösung läßt sich als Überlagerung aller dieser Lösungen schreiben. Sei f_{kn}^I die n -te Lösung für den Reaktionskanal K , so müssen durch Vergleich mit der asymptotischen Lösung wegen der Stetigkeit der Wellenfunktion und ihrer ersten Ableitung am Anschlußpunkt R (Match-Radius) folgende Gleichungen erfüllt werden :

$$\left. \begin{aligned} \sum_n f_{k'n}^I a_{nk}^I &= J_{k'} \delta_{k'k} - O_{k'} S_{k'k}^I \Big|_{r=R} \\ \sum_n f_{k'n}^I a_{nk}^I &= J_{k'}' \delta_{k'k} - O_{k'}' S_{k'k}^I \Big|_{r=R} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Dies ist ein Gleichungssystem von $2N^2$ Gleichungen. Um die Streumatrix zu berechnen, werden die Entwicklungskoeffizienten a_{nk}^I eliminiert.

Die Streumatrix ergibt sich zu :

$$S_{K'K}^I = \sum_n (f^{-1} O - f'^{-1} O)_{K'n}^{-1} (f^{-1} J - f'^{-1} J')_{nK}$$

mit $f^{-1} J, O = f_{nk}^{I-1} J_k, O_k$

und

$$\sum_k f_{mk}^{I-1} f_{kn}^I = \delta_{mn} \quad (45)$$

Die Funktionen f_{kn}^I sind reelle Funktionen oder enthalten

nur einen Phasenfaktor der Form $e^{i(\sigma_e \pm \delta_e)}$; daher

ist die S - Matrix unitär.

Die Berechnung des Streuquerschnitts

Mit Hilfe der Streumatrix kann nun der Streuquerschnitt

für die Streuung zweier Kerne aus den Zuständen S_1, S_2

in die Zustände S'_1, S'_2 berechnet werden. Verfolgen wir

den in Ref. [16] vorgeschlagenen Weg zur Berechnung des

Streuquerschnitts, erhalten wir :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{S_1 S_2 \rightarrow S'_1 S'_2} = \left| f_c(\theta) \delta_{S_1 S'_1} \delta_{S_2 S'_2} + \frac{f_c(\pi-\theta) \delta_{S_1 S'_2} \delta_{S_2 S'_1}}{\left| f_{S_1 S_1}^{S'_1 S'_1} \right|^2} \right|^2 \quad (46)$$

Hierbei bedeuten:

$$\begin{aligned}
 f_{s_1 s_2}^{s'_1 s'_2} &= \sum_{\varepsilon} \frac{i}{k_K} \sqrt{\pi} \hat{\varepsilon} [(1 + \delta_{\alpha_1 \alpha_2})(1 + \delta_{\alpha'_1 \alpha'_2})]^{\frac{1}{2}} * \\
 &\quad (I_1 I_2 | M_1 M_2 M) (I'_1 I'_2 | M'_1 M'_2 M'_3) (\ell J I | 0 M M) * \\
 &\quad (\ell' J' I | m M'_3 M) (\hat{\ell}^{i\sigma_{\ell'}} \delta_{K'K} - S_{K'K}^I) Y_{\ell' m'}(\theta, \Phi).
 \end{aligned} \tag{47}$$

mit

$$\alpha_1 = \{\lambda_1, I_1\} ; \quad \alpha_2 = \{\lambda_2, I_2\} ;$$

$$\varepsilon = \{\ell J I M; \ell' J' M'_3 m'\}$$

die Streuamplitude der elastischen und inelastischen

Kugelwellen und

$$f_c(\theta) = \frac{\eta}{2k \sin^2 \theta/2} e^{\{-i\eta \ln(\sin^2 \theta/2) + 2i\sigma_0 + i\pi\}} \tag{48}$$

mit

$$\eta = \frac{Z^2 e^2}{\hbar v} \quad , \quad \sigma_0 = \arg \Gamma(1 + i\eta)$$

die Streuamplitude der reinen Coulombstreuung. Da üblicherweise die magnetischen Quantenzahlen M nicht gemessen werden, müssen wir über die Anfangszustände mitteln und über die Endzustände summieren und erhalten:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{I_1 n_1 I_2 n_2} \longrightarrow \overline{I_1' n_1' I_2' n_2'} = \frac{1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \sum_{M_1 M_2 M_1' M_2'} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{S_1 S_2 \rightarrow S_1' S_2'}$$

Der elastische Wirkungsquerschnitt für die Streuung identischer Kerne im Grundzustand mit Spin 0 ergibt sich dann

aus Gleichung (47) zu :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{el.g.s.} = |f_c(\theta) + f_c(\pi-\theta) + \frac{2}{k} \sum_{l \text{ gerade}} (2l+1) e^{i(2\sigma_l + \delta_l)} \sin \delta_l P_l(\cos \theta)|^2, *$$

wobei die Kernphasen δ_l mit den S - Matrix-Elementen

über

$$S_{g.s., g.s.}^l = e^{2i(\sigma_l + \delta_l)}$$

verknüpft sind (siehe Anhang D).

V Vergleiche mit dem Experiment

Um die im Abschnitt II entwickelten Modellvorstellungen zu testen, wenden wir das Modell auf die elastische und inelastische $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Streuung an. Es zeigt sich, daß die intermediären Strukturen im Energiebereich zwischen 5. und 37. MeV des $^{12}\text{C} -$ Streusystems im wesentlichen reproduziert werden können, wenn die Möglichkeit der Anregung von 2^+ , 4^+ - Zuständen in einem der beiden $^{12}\text{C} -$ Kerne berücksichtigt wird.

Die Ankopplung des 4^+ Zustands ist möglich, da wir im Rahmen des hier vorgeschlagenen Modells in der Lage sind, höhere Kopplungspotentiale zu berechnen. Die elastischen und inelastischen Streuquerschnitte wurden umfassend von der Yale - Gruppe gemessen [1,6]. In die Rechnungen gehen folgende Größen und Parameterwerte ein:

(1) Das reelle Potential wird unserem Modell entnommen.

Es ist in Figur (1) gezeichnet und besteht aus der Überlagerung von Coulomb-, Oberflächen- und Wechselwirkungsenergie.

Für die verschiedenen Streusysteme werden der Radiusparameter r_0 und die Oberflächenkonstante a_s wie folgt gewählt [27] :

$$\text{Für } ^{28}\text{Si}-^{28}\text{Si} \quad r_0 = 1.35 \text{ fm} , \quad a_s = 18.56 \text{ MeV} .$$

$$\text{Für } ^{12}\text{C}-^{12}\text{C} \quad r_0 = 1.36 \text{ fm} , \quad a_s = 18.56 \text{ MeV} .$$

Der Kernradius R_0 eines sphärischen Kerns ist dann

gegeben durch $R_0 = r_0 A^{1/3}$. Die Beziehung zwischen der

Oberflächenkonstanten a_s und der in Gleichung (13) ange-

gebenen Konstanten S wird durch, $S = \frac{a_s}{4\pi r_0^2}$ beschrieben.

In unserem Modell ist die Lage der Coulombbarriere E_{Coul}

durch $R_c = R_{o1} + R_{o2}$ gegeben, d.h. der kritische Radius

ist gleich der Summe der Kernradien der beiden Kerne. Um

auch die Stetigkeit der Ableitung des Potentials am kri-

tischen Radius zu gewährleisten, verwenden wir die von

Bass [26] vorgeschlagene Oberflächenkorrektur, deren Reichweite durch einen Parameter d beschrieben wird. Wählen wir $d = .2$ fm, so unterscheiden sich Coulombbarriere und kritischer Radius für die beiden Fälle mit und ohne Oberflächenkorrektur nur gering voneinander, wie es in den Figuren (1) und (9) zu sehen ist. Wir erhalten :

$$\text{Für } ^{12}\text{C} - ^{12}\text{C} \quad R_c = 6.22 \text{ fm}, \quad E_{\text{Coul}} = 8. \text{ MeV} ;$$

$$R_c^d = 7. \text{ fm} , \quad E_{\text{Coul}}^d = 7.5 \text{ MeV} .$$

$$\text{Für } ^{28}\text{Si} - ^{28}\text{Si} \quad R_c = 8.22 \text{ fm}, \quad E_{\text{Coul}} = 34. \text{ MeV} ;$$

$$R_c^d = 8.5 \text{ fm} , \quad E_{\text{Coul}}^d = 32.3 \text{ MeV} .$$

(2) Für die Parameter des statistischen Modells, die in die Niveaudichteformel eingehen, wählen wir folgende Werte, da mit diesen Parametern die Grobstrukturen der elastischen Streuquerschnitten für die $\Theta_{cm} = 90^\circ$ Anregungsfunktion mit den experimentellen Daten gut übereinstimmen.

$$\text{Für } ^{12}\text{C} - ^{12}\text{C} \quad \alpha = -.4 \text{ MeV} , \quad \beta = 0.01 \text{ MeV}^{-1}, \quad R_0 = 3.11 \text{ fm}$$

$$\text{Für } ^{28}\text{Si} - ^{28}\text{Si} \quad \alpha = -10^{-7} \text{ MeV} , \quad \beta = .3 \text{ MeV}^{-1}, \quad R_0 = 3.9 \text{ fm}$$

wobei wir für die Berechnung von R_0 die oben angegebenen Werte des Radiusparameters r_0 verwendet haben.

(3) Wenden wir uns zunächst dem $^{28}\text{Si}-^{28}\text{Si}$ Streusystem zu.

Elastische Streuquerschnitte als Funktion der Einschüßenergie E_{cm} im Energiebereich zwischen 40 und 72 MeV für festen Streuwinkel $\theta_{\text{cm}} = 90^\circ$ sowie Winkelverteilungen im Winkelbereich zwischen 50° und 90° im Schwerpunktsystem für verschiedene Einschüßenergien $E_{\text{cm}} = 33, 34, 35.2, 36$ und 53.5 MeV wurden berechnet und mit experimentellen Daten [22a, 22b] verglichen.

In Figur (10) sehen wir, daß der ungekoppelte elastische Streuquerschnitt Struktur und Lage der experimentellen Maxima und Minima im Energiebereich zwischen 45 und 60 MeV nahezu identisch reproduziert; dagegen liegt der theoretische Wirkungsquerschnitt im Energiebereich zwischen 62 und 72 MeV etwas zu hoch über den experimentellen Daten. Die Figuren (11.1, 11.2, 11.3) zeigen Winkelverteilungen

für verschiedene Einschußenergien. Für $E_{cm} = 53.5$ MeV stimmen die theoretischen Oszillationen mit den experimentellen Daten überein, lediglich im Winkelbereich θ_{cm} zwischen 32° und 35° fehlt eine Oszillation im Falle der höchsten Einschußenergie $E_{cm} = 53.5$ MeV. Für Einschußenergien $E_{cm} = 33$, 34 , 35.2 und 36 MeV liegen die theoretischen Maxima und Minima ebenfalls an dieselben Stelle wie die experimentellen; für Streuwinkel größer als 70° sind die theoretischen Werte zu groß, bzw. zu tief verglichen mit dem Experiment.

(4) Betrachten wir nun das $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ Streusystem.

Die Berechnungen wurden hier unter Berücksichtigung der Ankopplung folgender Kanäle durchgeführt:

(i) $(0^+, 0^+)$, der Einphononen-Anregung $(0^+, 2_1^+)$ und der zweifachen Einphononen-Anregung $(2_1^+, 2_1^+)$ über das lineare Kopplungspotential.

(ii) Wie in (i), aber Ankopplung über das lineare und

quadratische Kopplungspotential.

(iii) Wie in (ii), jedoch zusätzlich Ankopplung der Zweiphononen-Anregung (gs , 0_2^+ , 2_2^+ , 4_2^+).

(iv) Wie in (iii), aber mit Berücksichtigung der 4^+ -Anregung als Rotationszustand statt Vibratormodell (gs , 0_2^+ , 2_2^+ , 4_1^+).

Figur (5a) zeigt den Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung für die Reaktion $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ bei festem Streuwinkel $\Theta_{cm} = 90^\circ$ als Funktion der Einschußenergie E_{cm} von 5 bis 37 MeV. Unter Verwendung der in (2) angegebenen Parameterwerte kann die Grobstruktur der experimentellen Werte wiedergegeben werden, die Lage der Maxima und Minima, sowie ihre Breite und das Verhältnis von Maxima zu Minima. Berücksichtigen wir die Ankopplung weiterer Kanäle gemäß (4i), so zeigt die theoretische Kurve intermediäre Strukturen, die im Energieintervall zwischen 5 und 20 MeV mit den experimentellen Daten übereinstimmen, für $E_{cm} > 20$ MeV

jedoch verschwinden, so daß die beiden Kurven - mit und ohne Ankopplung - bei höheren Energien ineinander übergehen. Fink und Mitarbeiter erhalten in [11] für dieselbe Ankopplung intermediäre Strukturen bis $E_{cm} = 17$ MeV; für höhere Energien verschwinden die Feinstrukturen ebenfalls. Auch die im Rahmen unseres Modells berechneten inelastischen Streuquerschnitte, die z.B. in den Figuren (5b) und (5c) dargestellt sind, weisen Strukturen auf, die mit den experimentellen Strukturen vergleichbar sind. Lediglich bei Ankopplung des linearen Kopplungspotentials liegt der theoretische inelastische Streuquerschnitt des $(2_1^+, 2_1^+)$ Kanals weit unter der experimentellen Kurve, wie in Figur (5c) zu sehen ist. Das ist verständlich, weil die direkten Anregungspotentiale in diesem Fall fehlen. Für den Fall 4(ii), der dem linearen und quadratischen Kopplungspotential entspricht, zeigt der theoretische elastische Streuquerschnitt ebenfalls intermediäre Strukturen bis hinauf zu

$E_{cm} \approx 27 \text{ MeV}$, die dann verschwinden und erst bei $E_{cm} \approx 33.5 \text{ MeV}$ wieder auftreten, siehe Figur (6a). Bei dem $(2_1^+, 2_1^+)$ Kanal liegt der theoretische inelastische Streuquerschnitt allerdings etwas unter den experimentellen Daten, siehe Figur (6c). Im Vergleich zum Fall des linearen Kopplungspotentials in Figur (5c) stimmen die Strukturen über dem gesamten Energiebereich bis 30 MeV mit dem Experiment überein; lediglich ab 20 MeV ist der theoretische Wirkungsquerschnitt für höhere Energien wieder zu klein.

Der Fall 4(iii) dagegen liefert sowohl für den elastischen als auch den inelastischen Streuquerschnitt recht gute Übereinstimmung mit dem Experiment. In Figur (7a) ist der elastische Streuquerschnitt zu sehen. Im Energiebereich zwischen 5 und 26 MeV liegen die intermediären Strukturen fast an denselben Stellen wie die experimentellen Punkte. Ab 26 MeV geht die Güte des theoretischen Streuquerschnitts etwas herunter, jedoch liefert unser Modell noch Strukturen,

die bis hinauf zu $E_{\text{cm}} \lesssim 37$ MeV mit den experimentellen Daten vergleichbar sind. Auch die inelastischen Streuquerschnitte der Kanäle $(2_1^+, 0^+)$, $(2_1^+, 2_1^+)$ und die gesamten Reaktionsstreuquerschnitte der Kanäle $(2_1^+, 2_1^+)$, $(4_2^+, 0^+)$ stimmen recht befriedigend mit den experimentellen Daten überein, wie es in den Figuren (7b), (7c), (7f) und (7g) zu sehen ist. Die inelastischen Streuquerschnitte der Kanäle $(0^+, 0_2^+)$, $(0^+, 2_2^+)$ und $(0^+, 4_2^+)$ zeigt die Figur (7d). Der Fall 4(iv) wird im Rahmen des Rotationsmodells für die $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ Streuung behandelt. Figur (8a) zeigt den elastischen Streuquerschnitt. Theorie und Experiment stimmen recht gut überein, lediglich im Energiebereich zwischen 26 und 31 MeV fehlen die intermediären Strukturen. Deutlich zu sehen ist der Einfluß der 7 - Kopplungspotentiale und die Ankopplung der Kanäle $(0^+, 2_1^+)$, $(2_1^+, 2_1^+)$ und $(\text{gs}, 0_2^+, 2_2^+, 4_2^+)$ zu $(0^+, 0^+)$ auf den elastischen Streuquerschnitt, da intermediäre Strukturen über

den gesamten Energiebereich bis hinauf zu 37 MeV auftreten.

Daraus können wir schließen, daß neben dem 2^+ -Zustand die 4^+

Anregung des ^{12}C - ^{12}C Systems eine wichtige Rolle im Doppel-

resonanzmechanismus spielen. Wir haben auch die Kernphasen

δ_e berechnet, die sich aus der Beziehung

$$S_{ee} = e^{2i(\sigma_e + \delta_e)}$$

ergeben. Die Berechnungen wurden ohne Imaginärteil durchge-

führt. Figur (4) zeigt diese Phasen. Wir sehen, daß für eine

festen Energie nur eine Partialwelle einen merklichen Anstieg

der Kernphase aufweist und damit zur Grobstruktur des Streu-

querschnitts beiträgt. Wie in Ref. [30] beschrieben wird,

liegt die Resonanz einer Partialwelle ($\delta_e = \frac{\pi}{2}$) am Beginn

des von ihr im Streuquerschnitt erzeugten Maximums. In Figur

(3) sind die Resonanzen, die aus einer Phasenanalyse gewonnen

werden, als waagerechte Linien eingezeichnet. Die Lagen der

Resonanzen des reellen Potentials stimmen mit experimentellen

Messungen gut überein.

(5) Die reduzierten Matrixelemente $\langle I_f n_f \| \alpha^L \| I_i n_i \rangle$

des Vibratormodells werden wie folgt berechnet :

$$|\langle I_f n_f \| \alpha^L \| I_i n_i \rangle|^2 = (2I_i + 1) \left(\frac{4\pi}{3ZeR^L} \right)^2 B(EL; I_i \rightarrow I_f)$$

Für das $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Streusystem haben wir $R = 3.11 \text{ fm}$ ge-

wählt und im Rahmen des Rotationsmodells $\beta_2 = .5$.

Der experimentelle Wert $B(E_2; 2^+ \rightarrow 0^+)$ ergibt sich gemäß

Ref. [28] zu :

$$B(E_2; 2^+ \rightarrow 0^+) = 8.452 \text{ fm}^4 .$$

Eine detailliertere Berechnung ist in Anhang C angegeben.

Mit Hilfe dieser Parameterwerte ergeben sich gute Überein-

stimmungen zwischen Theorie und experimentellen Daten, wie

es in den Figuren (7) und (8) zu sehen ist. Das in dieser

Arbeit vorgeschlagene Modell ist deshalb für die Beschrei-

bung der Streuung von Kernen im mittlerem Massenbereich

geeignet. Ebenfalls zeigen die Resonanzen des Potentials im

Vergleich mit den experimentellen Resonanzen (siehe Figur

(3)) gute Übereinstimmungen. Im betrachteten Energiebereich

können die intermediären Strukturen qualitativ durch die
Anregung von 2^+ , 4^+ Zuständen im ^{12}C - Kern erklärt
werden.

VI Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit haben wir im Rahmen der adiabatischen Näherung das Kern-Kern Potential bis zur zweiten Ordnung in den Kollektivvariablen berechnet und damit gekoppelte Kanalrechnungen durchgeführt. Unter Berücksichtigung der quadratischen Übergangspotentiale konnten elastische und inelastische Streuquerschnitte für die Kanäle $(0^+, 0^+)$, $(2^+, 0^+)$, $(2^+, 2^+)$ und $(4^+, 0^+)$ und die gesamten Reaktionsstreuquerschnitte der Kanäle $(2_1^+, 2_1^+)$, $(4_2^+, 0^+)$, $(0_2^+, 0^+)$ berechnet werden. Um unser Modell zu testen, haben wir die berechneten Streuquerschnitte für die $^{28}\text{Si}-^{28}\text{Si}$ und $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ Streuung mit experimentellen Daten verglichen und im allgemeinen eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gefunden. Die gekoppelten Kanalrechnungen führen zu intermediären Strukturen, so daß sich die quasimolekularen Zustände über den gesamten Energiebereich durch den Doppelresonanzmechanismus erklären lassen. Dabei zeigt es sich,

daß die $2^+(4.43 \text{ MeV})$ und $4^+(14.08 \text{ MeV})$ Zustände des $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Systems, die Mitglieder derselben Rotationsbande sind, eine wichtige Rolle im Doppelresonanzmechanismus spielen, dargestellt in Figur (8a).

Für das $^{28}\text{Si} - ^{28}\text{Si}$ Streusystem haben wir neben den elastischen Streuquerschnitten auch Winkelverteilungen berechnet, deren Übereinstimmung mit dem Experiment ebenfalls recht befriedigend ist, wie es in den Figuren (10) und (11) zu sehen ist.

Eine detaillierte Beschreibung des Streuprogramms, mit dessen Hilfe die in dieser Arbeit vorgestellten Rechnungen durchgeführt wurden, ist von Könnecke in Ref. [23] angegeben. Cindro [24] zeigte in systematischer Weise an Hand des $(E, I(I+1))$ - Diagramms, daß die quasimolekularen Zustände des $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ Systems als Zustände eines stark deformierten ^{24}Mg - Kerns grob interpretiert werden können. Daß sowohl die berechneten Potentialresonanzen mit den experimentellen

Resonanzen als auch die elastischen und inelastischen Streuquerschnitte mit den experimentellen Daten übereinstimmen, zeigt die Bedeutung des von uns in der adiabatischen Näherung berechneten Kern-Kern Potentials, vor allem der Kopplungspotentiale in der inelastischen Schwerionenstreuung. Das berechtigt zu der Hoffnung, daß diese auch in anderen Gebieten der Schwerionenphysik anwendbar sind, z.B. bei Untersuchungen von Transfer - oder Kernfusionsreaktionen.

Anhang A

(I) Die Berechnung des Integrals $X(\mu, \bar{r})$.

Um das Integral $X(\mu, \bar{r})$ zu berechnen

$$X(\mu, \bar{r}) = \frac{1}{32\pi} \iint \frac{e^{-|\bar{r}_1 - \bar{r}_2 + \bar{r}|/\mu}}{|\bar{r}_1 - \bar{r}_2 + \bar{r}|} d\tau_1 d\tau_2, \quad (A.1)$$

wenden wir folgende mathematische Methoden und Hilfsmittel an.

(i) Fouriertransformation des Integranden:

$$\frac{e^{-|\bar{r}_1 - \bar{r}_2 + \bar{r}|/\mu}}{|\bar{r}_1 - \bar{r}_2 + \bar{r}|} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{d^3k}{k^2 + 1/\mu^2} e^{ik \cdot (\bar{r}_1 - \bar{r}_2 + \bar{r})}. \quad (A.2)$$

(ii) Entwicklung der ebenen Wellen $e^{ik \cdot \bar{x}}$ nach Partialwellen mit festem Drehimpuls L :

$$e^{ik \cdot \bar{x}} = 4\pi \sum_{M=-L}^L i^L J_L(kx) Y_{LM}(\Omega_k) Y_{LM}^*(\Omega_x). \quad (A.3)$$

(iii) Transformation auf ein neues Koordinatensystem, in

dem die Winkel vom Vektor $\bar{r}$ gemessen werden. Die Kugel-

funktion $Y_{\ell m}^*$ transformiert sich dabei gemäß [9] wie

folgt :

$$Y_{\ell m}^*(\Omega_x) = \sum_{m'} D_{m m'}^\ell(\omega) Y_{\ell m'}^*(\Omega'_x).$$

(iv) Integrale über Produkte von drei Kugelflächen-
funktionen :

$$\int Y_{l_1 m_1} Y_{l_2 m_2} Y_{l_3 m_3} d\Omega = \frac{\hat{l}_1 \hat{l}_2}{\sqrt{4\pi} \hat{l}_3} (l_1 l_2 l_3 | 000) (l_1 l_2 l_3 | m_1 m_2) * \\ \delta_{m_3, -m_1 - m_2} (-1)^{m_3}$$

(v) Orthogonalitäts - Relation der Drehmatrizen [9] :

$$\sum_m D_{mm'}^l(\omega) D_{mm''}^{*l}(\omega) = \delta_{m' m''}$$

Das Integral $X(M, \bar{r})$ ergibt sich dann zu :

$$X(M, \bar{r}) = \sum_{l l' l'' \sigma_1} i^{l+l'-l''} (2l'+1) \frac{\hat{l}}{4\pi \hat{l}''} (l l' l'' | 000) * \\ (l l' l'' | \sigma_1 0 \sigma_1) \int d\Omega_1 Y_{l \sigma_1}(\Omega_1) \int d\Omega_2 Y_{l'' \sigma_1}(\Omega_2) * \\ \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{k^2 + \gamma_\mu^2} J_{l'}(kr) \left[\int_0^{R_1(\Omega_1)} r_1^2 J_l(kr_1) dr_1 \int_0^{R_2(\Omega_2)} r_2^2 J_{l''}(kr_2) dr_2 \right]$$

(A.4)

Die beiden Integrale der Form

$$H_i(\Omega_i) = \int_{R_i}^{R_i(\Omega_i)} dr_i r_i^2 J_l(kr_i)$$

werden als Funktion der oberen Grenze $R_i(\Omega_i)$ nach Taylor

entwickelt, wobei wir nur Terme höchstens quadratisch in

den $\beta_{i\lambda\mu}$ berücksichtigen.

$$\begin{aligned}
 H_i(\Omega_i) &= \int_{R_i}^{R_i(\Omega_i)} dr_i \, r_i^2 J_\ell(kr_i) \\
 &= R_i^3 J_\ell(kR_i) \sum_{\lambda \mu} \beta_{(\ell)\lambda\mu} D_{\lambda\mu}^\lambda(\omega) Y_{\lambda\mu}^*(\Omega_i) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \{ (\ell+2) J_\ell(kR_i) - kR_i J_{\ell+1}(kR_i) \} * \\
 &\quad \sum_{\lambda\lambda'\mu\mu'\nu\nu'} \beta_{(\ell)\lambda\mu} \beta_{(\ell)\lambda'\mu'} D_{\lambda\mu}^\lambda(\omega) D_{\lambda'\mu'}^{\lambda'}(\omega) * \\
 &\quad Y_{\lambda\nu}^*(\Omega_i) Y_{\lambda'\mu'}^*(\Omega_i) .
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Die beiden anderen Integrale der Form

$$\int_0^{R_i} r_i^2 J_0(kr_i) dr_i , \text{ können nach Ref. [18a, s.187] }$$

leicht berechnet werden

$$\int_0^{R_i} r_i^2 J_0(kr_i) dr_i = \frac{R_i^2}{k} J_1(kR_i) ,$$

so daß sich $\mathcal{X}(\mu, \bar{r})$ schließlich schreiben läßt als:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{X}(\mu, \bar{r}) &= R_1^2 R_2^2 [F_{110}(\mu, Y) + R_1 \sum_{\lambda\mu} (-1)^\mu \beta_{(\ell)\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\Omega_r) * \\
 &\quad G_{\lambda 1 \lambda}(\mu, Y) + R_2 \sum_{\lambda\mu} \beta_{(\ell)\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\Omega_r) G_{1 \lambda \lambda}(\mu, Y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + R_1 \sum_{\sigma} N(\sigma) (-1)^J \beta_{(1)\lambda\mu} \beta_{(1)\lambda'\mu'} Y_{J\mu+\mu'}^*(\Omega_r) \{ (J+2) G_{JJ}(\mu, Y) \\
 & - R_2 B_{J+1J}(\mu, Y) \} + R_2 \sum_{\sigma} N(\sigma) \beta_{(2)\lambda\mu} \beta_{(2)\lambda'\mu'} Y_{J\mu+\mu'}^*(\Omega_r) \\
 & \{ (J+2) G_{JJ}(\mu, Y) - R_2 B_{J+1J}(\mu, Y) \} + 2R_1 R_2 \sum_{\sigma} N(\sigma) * \\
 & (-1)^{(J+J'-J)/2} \beta_{(1)\lambda\mu} \beta_{(2)\lambda'\mu'} Y_{J\mu+\mu'}^*(\Omega_r) B_{\lambda\lambda'J}(\mu, Y)] .
 \end{aligned}$$

(A.6)

(II) Berechnung der radialen Koeffizienten

Berücksichtigen wir in Gleichung (A.6) die Bedingungen der Oberflächenvolumenerhaltung und der Schwerpunkterhaltung, dann ergibt sich die Coulombwechselwirkungsenergie

$V_{c.w.w}$ bis zu Glieder zweiter Ordnung in $\alpha_{(i)lm}$ zu :

$$\begin{aligned} V_{c.w.w.}(r, \alpha_{(1)lm}, \alpha_{(2)lm}) = & V_c^{(0)}(r) + \sum_{l,i} V_{c,i}^{(1)}(r, l) [\alpha_{(i)}^l \otimes Y^l]^{[0]} \\ & + \sum_{l,i} V_{c,i}^{(2)}(r, l) [[\alpha_{(i)}^l \otimes \alpha_{(i)}^{l'}]^{[1]} \otimes Y^{[1]}]^{[0]} \\ & + \sum_{l,i} V_{c,i,2}^{(2)}(r, l) [[\alpha_{(1)}^l \otimes \alpha_{(2)}^{l'}]^{[1]} \otimes Y^{[1]}]^{[0]} \end{aligned} \quad (A.7)$$

Die nur von der Relativkoordinate r abhängigen Koeffi-

zienten $V_c^{(0)}$, $V_{c,i}^{(1)}(r, l)$, $V_{c,i}^{(2)}(r, l)$ und $V_{c,i,2}^{(2)}(r, l)$ ($i=1,2$)

nehmen für symmetrische Systeme ($R_1 = R_2$) folgende Formen an:

$$\begin{aligned} V_c^{(0)}(r) = & R_1^4 C \lim_{\mu \rightarrow \infty} [F_{110}(\mu, \gamma) + R_1 \left\{ \sum_{\lambda > 1} (-1)^\lambda (2\lambda+1) a_\lambda(x_0) * \right. \\ & G_{1\lambda\lambda}(\mu, \gamma) - \frac{1}{2} G_{100}(\mu, \gamma) \sum_{\lambda} (2\lambda+1) \{a_\lambda(x_0)\}^2 \\ & \left. + \frac{3}{4} G_{111}(\mu, \gamma) \sum_{\lambda\lambda'} (2\lambda+1)(2\lambda'+1) a_\lambda(x_0) a_{\lambda'}(x_0) * \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\lambda \lambda' 1 | 000)^2 + \frac{1}{4} \sum_{\lambda \lambda'} (2\lambda+1)(2\lambda'+1) a_{\lambda}(x_0) a_{\lambda'}(x_0) \\
 & (\lambda \lambda' j | 000)^2 [(-1)^j \{ (j+2) G_{j,j}(\mu, \gamma) - R_1 B_{1,j+1,j}(\mu, \gamma) \} \{ \\
 & + (-1)^{(\lambda+\lambda'+j)/2} R_1 B_{\lambda \lambda' j}(\mu, \gamma) \}] \quad ; \quad (A.7a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_c^{(1)}(r, e) = & R_1^5 \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2} \sum_{x_1} (-1)^{\lambda} \hat{e}(2\lambda+1) A_L^{(1)}(x_0) G_{1,\lambda\lambda}(\mu, \gamma) * \right. \\
 & (\lambda e L | 000)^2 - \frac{1}{2} G_{100}(\mu, \gamma) \sum_{x_1} \hat{e}(2\lambda+1) a_{\lambda}(x_0) * \\
 & A_L^{(1)}(x_0) (\lambda e L | 000)^2 - \frac{3}{4} G_{111}(\mu, \gamma) \sum_{x_2} E(x_0, x_3) * \\
 & \delta_{j,1} + \frac{1}{4} \sum_{x_3} E(x_0, x_3) [\{ (j+2) G_{j,j}(\mu, \gamma) - \\
 & R_1 B_{1,j+1,j}(\mu, \gamma) \} + (-1)^{(\lambda+\lambda'-j)/2} R_1 B_{\lambda \lambda' j}(\mu, \gamma)]] ; \\
 & (A.7b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_c^{(2)}(r, \Lambda) = & R_1^5 \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[- \frac{1}{4\sqrt{4\pi}} G_{100}(\mu, \gamma) \sum_{Y_1} \hat{e} \hat{e}' \hat{L} \hat{L}' (2\lambda+1) * \right. \\
 & A_L^{(1)}(x_0) A_{L'}^{(1)}(x_0) (-1)^{(e'+3e+3\Lambda)/2+L} (\lambda e L | 000) * \\
 & (\lambda e' L' | 000) (L L' \Lambda | 000) W(e L e' L'; \lambda \Lambda) \\
 & - \frac{3}{8\sqrt{4\pi}} G_{111}(\mu, \gamma) \sum_{Y_2} E(x_0, Y_3) \delta_{j,1} + \frac{1}{8\sqrt{4\pi}} \sum_{Y_3} E(x_0, Y_3) \\
 & * \{ (j+2) G_{j,j}(\mu, \gamma) - R_1 B_{1,j+1,j}(\mu, \gamma) \} . \\
 & (A.7c)
 \end{aligned}$$

$$V_{C,2}^{(2)}(r,n) = \frac{R_1^6 c}{4\sqrt{4\pi}} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \sum_{Y_3} (-1)^{(\lambda+\lambda'-j)/2} E(x_0, Y_3) B_{\lambda\lambda'j}(\mu, Y).$$

(A.7d)

Dabei haben wir folgende Abkürzung gewählt:

$$C = 32 \pi g_0^2, \quad x_1 = \{\lambda \ell L\}, \quad x_2 = \{\ell \lambda \lambda' L \Lambda\}, \\ x_3 = \{x_e, J\};$$

$$Y = \{R_1, R_2, r\}, \quad Y_1 = \{\ell \ell' \lambda L L' \Lambda\}, \quad Y_2 = \{\ell \ell' \lambda \lambda' L L' J \Lambda \Lambda_2\},$$

$$Y_3 = \{Y_2, J\}, \quad a_\lambda(x_0) = \int_0^{x_0} (1 - \frac{x_0}{x}) P_2(x) dx$$

$$E(x_0, x_3) = \hat{L} \hat{\Lambda} \hat{J} (2\lambda+1)(2\lambda'+1) a_{\lambda'}(x_0) A_L^{(1)}(x_0) \\ (\lambda \ell L | 000) (\lambda \lambda' J | 000) (L \lambda' \Lambda | 000) (\Lambda J \ell | 000) * \\ W(\ell L J \lambda'; \lambda \Lambda);$$

$$E(x_0, Y_3) = (-1)^{(3\ell+3\ell'+\Lambda)/2} A_L^{(1)}(x_0) A_{L'}^{(1)}(x_0) \hat{\lambda} \hat{\lambda}' \hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{L} \hat{L}' \hat{J} / \hat{\Lambda} \\ (\lambda \ell L | 000) (\lambda' \ell' L' | 000) (\lambda \lambda' J | 000) (L L' \Lambda_2 | 000) \\ (\Lambda_2 J \Lambda | 000) \begin{bmatrix} \ell L \lambda \\ \ell' L' \lambda' \\ \Lambda \Lambda_2 J \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \ell L \lambda \\ \ell' L' \lambda' \\ \Lambda \Lambda_2 J \end{bmatrix} \quad \text{bezeichnet das Danos - 9j Symbol}$$

siehe auch Ref. [9] und Anhang C.

Die radialabhängigen Koeffizienten der Coulombselbstenergie, der Yukawaselbstenergie und Oberflächenenergie nehmen folgende Gestalt an :

(i) Coulombselbstenergie

$$e_{c_i}^{(0)}(r) = \frac{3Z_i^2 e^2}{5R_i} \left[1 - \frac{5}{4} \sum_{\lambda} (\lambda-1) \{a_{\lambda}(x_0)\}^2 \right].$$

$$e_{c_i}^{(1)}(r, \ell) = \frac{-3Z_i^2 e^2}{2R_i} \sum_{s_1} (\lambda-1) f(x_{0i}, s_1).$$

$$e_{c_i}^{(2)}(r, \Lambda) = \frac{-3Z_i^2 e^2}{4\sqrt{4\pi} R_i} \sum_{s_2} (\lambda-1) g(x_{0i}, s_2). \quad (A.8)$$

(ii) Yukawaselbstenergie

$$e_{Y_i}^{(0)}(r) = 8\pi e_n R_i^4 \left[4q_{11} + R_i^2 \sum_{\lambda} (2\lambda+1) [O_{\lambda\lambda} - O_{11}] * \{a_{\lambda}(x_{0i})\}^2 \right].$$

$$e_{Y_i}^{(1)}(r, \ell) = 16\pi e_n R_i^6 \sum_{s_1} (2\lambda+1) f(x_{0i}, s_1) [O_{\lambda\lambda} - O_{11}].$$

$$e_{Y_i}^{(2)}(r, \Lambda) = 4e_n R_i^6 \sum_{s_2} \sqrt{4\pi} (\lambda+1) g(x_{0i}, s_2) [O_{\lambda\lambda} - O_{11}]. \quad (A.9)$$

(iii) Oberflächenenergie

$$V_{S_i}^{(0)}(r) = 2\pi R_i^2 S (1 + x_{0i}^2) + \frac{\pi}{2} R_i^2 S \sum_{\lambda} (\lambda-1)(\lambda+2)(2\lambda+1) * \{a_{\lambda}(x_{0i})\}^2.$$

$$V_{S_i}^{(1)}(r, \ell) = \pi R_i^2 S \sum_{s_1} (\lambda-1)(\lambda+2)(2\lambda+1) f(x_{0i}, s_1).$$

$$V_{S_i}^{(2)}(r, \Lambda) = \frac{\sqrt{\pi}}{4} R_i^2 S \sum_{s_2} (\lambda-1)(\lambda+2)(2\lambda+1) g(x_{0i}, s_2). \quad (A.10)$$

mit den Abkürzungen :

$$s_1 = \{\lambda e L\} , s_2 = \{e e' \lambda L L' n\} ;$$

$$f(x_{0i}, s_1) = \hat{e} a_\lambda(x_{0i}) A_L^{(n)}(x_{0i}) (\lambda e L 1000)^2$$

$$g(x_{0i}, s_2) = \hat{e} \hat{e}' \hat{L} \hat{L}' (-1)^{(e^4 + 3e + 3n)/2 + L} (\lambda e L 1000)^* \\ (\lambda e' L' 1000) (L L' n 1000) W(e L e' L', n \lambda) A_L^{(n)}(x_{0i}) A_{L'}^{(n)}(x_{0i}) ;$$

$$e_n = - \frac{V_0}{8\pi\mu^2} \quad \text{und} \quad \mu, V_0 \quad \text{stellen die Reichweite}$$

bzw. die Stärke des Yukawapotentials dar. Die radialabhängigen

Koeffizienten der Yukawawechselwirkungsenergie haben

dieselbe Form wie die in den Gleichungen (A.7a) bis (A.7e)

angegebenen radialen Koeffizienten der Coulombwechselwir-

kungsenergie. Lediglich die in diesen Gleichungen auftretende

Konstante C ist durch die Konstante $K_S = - \frac{8V_0}{\mu^2}$ zu er-

setzen; auch ist kein Grenzübergang $\lim_{\mu \rightarrow \infty}$ durchzuführen.

Die Bedingungen der Oberflächenvolumenerhaltung und Schwer-

punktserhaltung nehmen die folgende Gestalt an :

$$\beta_{\omega,00} = -\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda\mu} (-1)^\mu \beta_{\omega,\lambda\mu} \beta_{\omega,\lambda-\mu} \quad (\text{A.11a})$$

$$\beta_{\omega,10} = -\frac{3}{4\sqrt{4\pi}} \sum_x N(\lambda\lambda'\sigma) \beta_{\omega,\lambda\mu} \beta_{\omega,\lambda'\mu'} \quad (\text{A.11b})$$

mit

$$x = \{\lambda\lambda'\mu\mu'\} \quad , \quad N(\lambda\lambda'\sigma) = \hat{\lambda} \hat{\lambda}' (\lambda\lambda'1000)(\lambda\lambda'1\mu\mu'\sigma)$$

Asymptotisch, d.h. für getrennte Kerne ($x_0 \rightarrow 1$ oder

$r > R_1 + R_2$ nehmen die verschiedenen radialabhängigen

Koeffizienten folgende Gestalt an :

(1) Coulombwechselwirkungsenergie

$$V_C^{(0)}(r) = R_1^4 c \lim_{\mu \rightarrow \infty} F_{110}(\mu, Y) \cdot$$

$$V_C^{(1)}(r) = \sqrt{5} R_1^5 c \lim_{\mu \rightarrow \infty} G_{122} \cdot$$

$$V_C^{(2)}(\lambda=0) = 0$$

$$V_C^{(2)}(\lambda \neq 0) = \frac{5 R_1^5 c}{2\sqrt{4\pi}} (-1)^{\lambda/2} (\lambda+2) (22\lambda 1000) \lim_{\mu \rightarrow \infty} G_{1\lambda\lambda}(\mu, Y) \cdot$$

$$V_C^{(2)}(\lambda=0) = 0$$

$$V_C^{(2)}(\lambda=2) = 0$$

$$V_C^{(2)}(\lambda=4) = 3\sqrt{\frac{5}{14\pi}} R_1^6 c \lim_{\mu \rightarrow \infty} B_{224}(\mu, Y) \cdot$$

(ii) Yukawawechselwirkungsenergie

$$V_Y^{(0)} = R_i^4 K_S F_{110}(M, Y).$$

$$V_Y^{(1)} = \sqrt{5} R_i^5 K_S G_{122}(M, Y).$$

$$V_Y^{(2)}(n=0) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} R_i^6 K_S B_{110}(M, Y).$$

$$V_Y^{(2)}(n \neq 0) = \frac{5}{2\sqrt{4\pi}} R_i^6 K_S (-1)^{n/2} (22n, 000) * \\ [(n+2) G_{1nn}(M, Y) - R_i B_{1, n+1, n}(M, Y)].$$

$$V_Y^{(2)}(n) = \frac{5}{\sqrt{4\pi}} R_i^6 K_S (22n, 000) B_{22n}(M, Y).$$

(iii) Coulombselbstenergie

$$e_{Li}^{(0)} = \frac{3Z^2 e^2}{5R_i}.$$

$$e_{Li}^{(1)} = 0.$$

$$e_{Li}^{(2)} = -\frac{3}{\sqrt{20\pi}} \frac{Z^2 e^2}{R_i} \delta_{n,0}.$$

(IV) Yukawaselbstenergie

$$e_{Y_i}^{(0)} = 32\pi e_n R_i^4 q_{11}.$$

$$e_{Y_i}^{(1)} = 0.$$

$$e_{Y_i}^{(2)} = 16\sqrt{5\pi} e_n R_i^6 [O_{22} - O_{11}] \delta_{n,0}.$$

(V) Oberflächenenergie

$$V_s^{(0)} = 4\pi S R_i^2.$$

$$V_s^{(1)} = 0.$$

$$V_s^{(2)} = 4\sqrt{5\pi} S R_i^2 \delta_{n,0}.$$

Anhang B

Integrale über Produkte von Besselfunktionen.

(1) Wir betrachten Integrale der Form :

$$J = \int_0^{\infty} \frac{k^x dk}{k^2 + K^2} J_{\ell_1}(kR_1) J_{\ell_2}(kR_2) J_{\ell_3}(kr). \quad (B.1)$$

Da das Integral insgesamt positive Parität hat, gilt :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k^x dk}{k^2 + K^2} J_{\ell_1}(kR_1) J_{\ell_2}(kR_2) J_{\ell_3}(kr).$$

Mit Hilfe des Residuensatzes ist I analytisch lösbar.

Zunächst schreiben wir die Besselfunktion $J_{\ell}(s)$ als

Potenzreihe

$$J_{\ell}(s) = \sum_{m=0}^{\ell} \frac{(\ell+m)!}{(\ell-m)! m!} \frac{1}{(2s)^{m+1}} \{ i^{m-\ell-1} e^{is} + i^{-(m-\ell-1)} e^{-is} \} \quad (B.2)$$

und erhalten in symbolischer Schreibweise :

$$J_{\ell}(s) = Z_{\ell}(s) + Z_{\ell}^*(s) \quad ; \quad K = 1/\mu.$$

Setzen in (B.1) für jede drei Besselfunktionen (B.2) ein,

so ergibt sich :

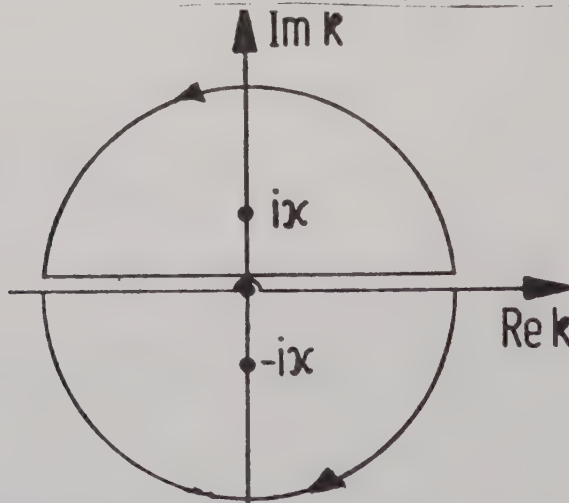
$$\begin{aligned} I = 2J = & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k^x dk}{k^2 + K^2} [Z_{\ell_1} Z_{\ell_2} Z_{\ell_3} + \text{komplex konjugiert}] \\ & + [Z_{\ell_1}^* Z_{\ell_2} Z_{\ell_3}^* + K.K.] + [Z_{\ell_1}^* Z_{\ell_2}^* Z_{\ell_3} + K.K.] \\ & + [Z_{\ell_1} Z_{\ell_2}^* Z_{\ell_3}^* + K.K.] . \end{aligned}$$

Im folgenden unterscheiden wir, ob die beiden Kerne getrennt sind ($r > R_1 + R_2$) oder sich bereits berühren bzw. überlappen ($r \leq R_1 + R_2$).

(a) $r > R_1 + R_2$

Mit Hilfe des Residuensatzes erhalten wir

$$I = \frac{2\pi}{K} (iK)^x [Z_{\ell_1} + Z_{\ell_1}^*] [Z_{\ell_2} + Z_{\ell_2}^*] Z_{\ell_3} \Big|_{iK}$$



und unter Verwendung der in der (B.2) angegebenen Potenzreihendarstellung ergibt sich:

$$I = \frac{2\pi}{K} (K)^x \sum_{m_1 m_2 m_3} f(\ell_1 \ell_2 \ell_3 m_1 m_2 m_3 R_1 R_2 r \mu) * (-1)^{(\ell_1 + \ell_2 - \ell_3 + x)/2}$$

$$[(-1)^{\ell_1} e^{-KR_1} + (-1)^{m_1+1} e^{+KR_1}] [(-1)^{\ell_2} e^{-KR_2} + (-1)^{m_2+1} e^{+KR_2}] * \bar{e}^{Kr}$$

dann

$$F_{110} = \frac{1}{2} I(x=0, l_1=l_2=1, l_3=0),$$

$$G_{111} = \frac{1}{2} I(x=1, l_1=1, l_2=l_3=1);$$

$$B_{\lambda\lambda'} = \frac{1}{2} I(x=2, l_1=\lambda, l_2=\lambda', l_3=1)$$

$$(b) \quad \underline{r < R_1 + R_2}$$

Wenden wir wieder den Residuensatz an, so erhalten wir

für das Integral I

$$I = \frac{2\pi}{\kappa} (i\kappa)^x \left[Z_{l_1} Z_{l_2} Z_{l_3} + Z_{l_1} Z_{l_2}^* Z_{l_3} + Z_{l_1} Z_{l_2} Z_{l_3}^* + Z_{l_1}^* Z_{l_2} Z_{l_3} \right] \Big|_{i\kappa} - 2\pi i \operatorname{Res}_0 \left[\frac{k^x}{k^2 + \kappa^2} \right. \\ \left. (Z_{l_1}^* Z_{l_2}^* Z_{l_3} - Z_{l_1} Z_{l_2} Z_{l_3}^*) \right];$$

und mit Hilfe der Beziehungen

$$(i) \quad \frac{k^x \mu^2}{(1 - (-\mu^2 k^2))} = k^x \mu^2 \sum_{n'=0}^{\infty} (-\mu^2 k^2)^{n'}$$

$$(iii) \quad e^{\pm i\kappa A} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pm i\kappa A)^n}{n!}$$

läßt sich I wie folgt schreiben :

$$I = 2\pi K^{x-1} i^{x+l_1+l_2+l_3+2} \sum_{m_1 m_2 m_3} f(l_1 l_2 l_3 m_1 m_2 m_3 R_1 R_2 r \mu) * \\ \left\{ (-1)^{l_1+l_2+l_3} \left[e^{-(R_1+R_2+r)K} + (-1)^{m_3+l_3+1} e^{-(R_1+R_2-r)K} + (-1)^{m_1+l_1+1} \right. \right. \\ \left. e^{-(R_2-R_1+r)K} + (-1)^{m_2+l_2+1} e^{-(R_1-R_2+r)K} \right] \\ \left. + 2 (-1)^{m_1+m_2+l_1+l_2+\lambda} \sum_{n'=0}^{N'} \frac{\{(R_1+R_2-r)K\}^{m_1+m_2+m_3-2n'-x+2}}{(m_1+m_2+m_3-2n'-x+2)!} \right\}$$

mit

$$f(l_1 l_2 l_3 m_1 m_2 m_3 R_1 R_2 r \mu) = \left(\frac{\mu}{2R_1}\right)^{m_1+1} \left(\frac{\mu}{2R_2}\right)^{m_2+1} \left(\frac{\mu}{2r}\right)^{m_3+1} * \\ \frac{(l_1+m_1)!}{(l_1-m_1)! m_1!} \frac{(l_2+m_2)!}{(l_2-m_2)! m_2!} \frac{(l_3+m_3)!}{(l_3-m_3)! m_3!} ; N' = (m_1+m_2+m_3-x+2)/2$$

(2) Coulomb Fall, $\mu \rightarrow \infty$.

(a) für $r \geq R_1 + R_2$ gilt:

$$I = 2\pi \sum_{m_1 m_2 m_3} f(l_1 l_2 l_3 m_1 m_2 m_3 R_1 R_2 r) \frac{(-1)^n}{n!} \left[(R_1+R_2+r)^n \right. \\ \left. + (-1)^{m_2+l_2+1} (R_1-R_2+r)^n + (-1)^{m_1+m_2+l_1+l_2} (r-R_1-R_2)^n \right. \\ \left. + (-1)^{m_1+l_1+1} (-R_1+R_2-r)^n \right] .$$

(b) für $r \leq R_1 + R_2$ gilt:

$$I = 2\pi \sum_{m_1 m_2 m_3} f(l_1 l_2 l_3 m_1 m_2 m_3 R_1 R_2 r) \frac{(-1)^n}{n!} *$$

$$\left[(R_1 + R_2 + r)^n + (-1)^{m_2 + l_2 + 1} (R_1 - R_2 + r)^n + (-1)^{m_3 + l_3 + 1} \right. \\ \left. (R_1 + R_2 - r)^n + (-1)^{m_1 + l_1 + 1} (-R_1 + R_2 + r)^n \right].$$

mit

$$n = m_1 + m_2 + m_3 + 4 - x ;$$

$$f(l_1, l_2, l_3, m_1, m_2, m_3, R_1, R_2, r) = \frac{1}{(2R_1)^{m_1+1}} \frac{1}{(2R_2)^{m_2+1}} \frac{1}{(2r)^{m_3+1}} \\ \frac{(l_1+m_1)!}{(l_1-m_1)! m_1!} \frac{(l_2+m_2)!}{(l_2-m_2)! m_2!} \frac{(l_3+m_3)!}{(l_3-m_3)! m_3!} \cdot i^{l_1+l_2+l_3+2-x}$$

dann

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_{110} = \frac{1}{2} I (x=0 ; l_1=l_2=1, l_3=0)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_{111} = \frac{1}{2} I (x=1 ; l_1=1, l_2=l_3=1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} B_{\lambda\lambda\lambda} = \frac{1}{2} I (x=2 ; l_1=\lambda, l_2=\lambda', l_3=1)$$

$$(3) \text{ Integrale der Form } I = \int \frac{k^x dk}{k^2 + K^2} J_\lambda(kR_1) J_\lambda(kR_2)$$

Mit Hilfe des Residuensatzes und unter Verwendung der

Potenzreihendarstellung der Besselfunktion (B.2) ergibt

sich I zu :

$$I = 2\pi i^x \sum_{m_1, m_2} f(\lambda, m_1, m_2) \left[\frac{\mu^{m_1+m_2+3-x}}{(2R_1)^{m_1+m_2+2}} \{ (-1)^\lambda e^{-2R_1 K} + (-1)^{m_1+1} \} \right. \\ \left. + (-1)^{\lambda+m_1+m_2-x} \sum_{n'} \frac{\mu^{(m_1+m_2-x+1)/2} \mu^{2+2n'}}{(2R_1)^{2n'+x+1}} \frac{1}{(m_1+m_2+1-x-2n')!} \right].$$

mit

$$f(\lambda_{m_1 m_2}) = \frac{(\lambda + m_1)!}{(\lambda - m_1)! m_1!} \frac{(\lambda + m_2)!}{(\lambda - m_2)! m_2!}$$

dann

$$O_{\lambda\lambda} = \frac{1}{2}I \quad (\text{für } x=2 ; \lambda \in \mathbb{R}) ;$$

$$q_{11} = \frac{1}{2}I \quad (\text{für } x=0 ; \lambda=1)$$

Anhang C

(I) Die Umkopplungsformen.

Um die kollektiven Koordinaten $\beta_{(i)\lambda\mu}$, $(-1)^\mu \beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)2-\mu}$

und $\beta_{(i)\lambda\mu} \beta_{(i)\lambda'\mu'}$ als Funktionen der $\alpha_{(i)lm}$ und

$\alpha_{(i)lm} \alpha_{(i)l'm'}$ zu erhalten, müssen wir uns mit der

Umkopplung der Oberflächenkoordinaten untereinander sowie

deren Kopplung mit den Kugelflächenfunktionen befassen.

Zur Umkopplung wenden wir die von Danos [12] entwickelten

Techniken an.

(1) Zwei Kugelfunktionen mit gleichen Argumenten sind zu-

sammengekoppelt und können kontrahiert werden :

$$[Y^a \otimes Y^b]^{[c]} = Q_{ab}^c Y_m^{[c]}$$

mit

$$Q_{ab}^c = (-1)^{(a+b+c)/2} \frac{\hat{a} \hat{b}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (C.1)$$

Dabei haben wir für die Kugelflächenfunktionen Y_{lm} die

Biedenharn'sche Phasenkonvention gewählt :

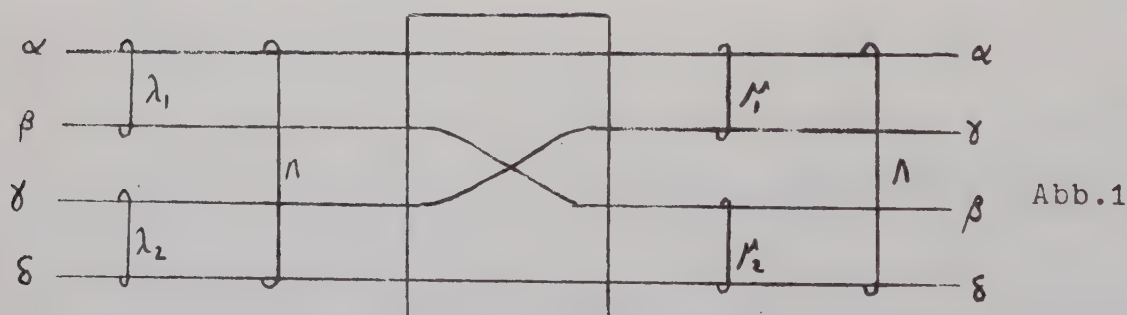
$$Y_{lm} = i^l Y_m^{[l]}$$

(2) Bei der Transformation eines Kopplungsschemas für vier Drehimpulse in ein anderes tauchen als Transformationskoeffizienten die 9-J Symbole auf, die zwei Zwischendrehimpulse enthalten, über die summiert werden muß.

In kontragradienter Darstellung ergibt sich :

$$[[S^\alpha \otimes S^\beta]^{\lambda_1} \otimes [S^\gamma \otimes S^\delta]^{\lambda_2}]^{[\Lambda]} = \sum_{\mu_1 \mu_2} \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \lambda_1 \\ \gamma & \delta & \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & \Lambda \end{bmatrix} [[S^\alpha \otimes S^\gamma]^{\mu_1} \otimes [S^\beta \otimes S^\delta]^{\mu_2}]^{[\Lambda]} \quad (C.2)$$

Abb. 1 zeigt das dazugehörige graphische Schema:



Die Transformationskoeffizienten $\begin{bmatrix} \end{bmatrix}$ sind mit den üblichen 9-J Symbolen $\left\{ \begin{matrix} \end{matrix} \right\}$ wie folgt verknüpft :

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta & \lambda_1 \\ \gamma & \delta & \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & \Lambda \end{bmatrix} = \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 \hat{\mu}_1 \hat{\mu}_2 \left\{ \begin{matrix} \alpha & \beta & \lambda_1 \\ \gamma & \delta & \lambda_2 \\ \mu_1 & \mu_2 & \Lambda \end{matrix} \right\} .$$

Falls wir das Kopplungsschema nur für drei Drehimpulse brauchen, verwenden wir den Drehimpuls Null als Hilfsdrehimpuls.

$$[[S^\alpha \otimes S^\beta]^\lambda \otimes S^\delta]^{(\mu)} = \sum_{\mu'} \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \lambda \\ 0 & \delta & \delta \\ \alpha & \mu' & \mu \end{bmatrix} [S^\alpha \otimes [S^\beta \otimes S^\delta]^\mu]^{(\mu)} \quad (C.3)$$

Abb. 2 zeige das dazugehörige graphische Schema.

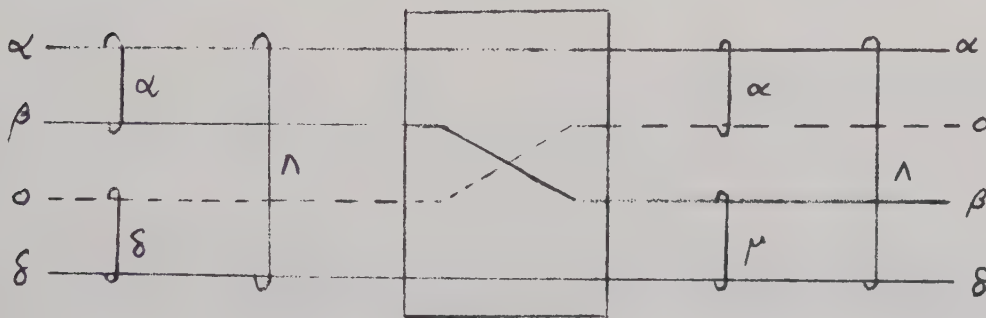


Abb. 2

(II) Berechnung der Matrixelemente im gekoppelten Schema.

Um die Matrixelemente im gekoppelten Schema zu berechnen, verwenden wir folgende Eigenschaften von Tensoroperatoren.

Dabei halten wir uns im wesentlichen an Edmonds [13].

(a) T^k sei ein Tensoroperator; dann gilt das Wigner -

Eckart - Theorem :

$$\langle J M | T_k^k | J' M' \rangle = (-)^{J-M} \begin{pmatrix} J & k & J' \\ -M & k & M \end{pmatrix} (J \| T^k \| J') \quad (C.4)$$

(b) T^k und U^k seien zwei Tensoroperatoren; T^k wirke nur auf Koordinaten mit dem Index 1 und U^k nur auf Koordinaten mit dem Index 2. Dann gilt:

$$\langle J_1 J_2 J \| T^k \| J'_1 J'_2 J' \rangle = \delta_{JJ'} (-1)^{J+k} \hat{J} \hat{J}' W(J_1 J_2 J'; J, k) * \\ (-1)^{J'_1+J'_2} (J_1 \| T^k \| J'_1) . \quad (C.5)$$

(c) Das Matrixelement des Skalarproduktes $(T \cdot U)$:

$$(J_1 J_2 J M | T^k U^k | J'_1 J'_2 J' M') = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} (-1)^k W(J_1 J_2 J'; k, J, J_2) \\ * (J_1 \| T^k \| J'_1) (J_2 \| U^k \| J'_2) . \quad (C.6)$$

(d) Das reduzierte Matrixelement des Tensorproduktes

$$[T^{k_1} \otimes U^{k_2}]^{[k]} \text{ lässt sich wie folgt darstellen:}$$

$$(\alpha_1 J_1 \alpha_2 J_2 \| [T^{k_1} \otimes U^{k_2}]^{[k]} \| \alpha'_1 J'_1 \alpha'_2 J'_2) = \hat{J} \hat{k} \hat{J}' \left\{ \begin{matrix} J_1 J_2 J \\ J'_1 J'_2 J' \\ k_1 k_2 k \end{matrix} \right\} * \\ (\alpha_1 J_1 \| T^{k_1} \| \alpha'_1 J'_1) (\alpha_2 J_2 \| U^{k_2} \| \alpha'_2 J'_2) . \quad (C.7)$$

Falls die beiden Tensoroperatoren auf dieselben Koordinaten wirken, erhalten wir:

$$(\alpha j \| [T^{k_1} \otimes U^{k_2}]^{[k]} \| \alpha' j') = (-1)^{k_1+k_2+k} \frac{1}{k} *$$

$$\sum_{\alpha'' j''} W(k_1 k_2 j j'; k j'') (\alpha j \| T^{k_1} \| \alpha'' j'') (\alpha'' j'' \| U^{k_2} \| \alpha' j').$$

(C.8)

Die reduzierten Matrixelemente der Oberflächenkoordinaten hängen mit den elektrischen Übergangswahrscheinlichkeiten zusammen. Im Vibrations-Modell ist die elektrische Übergangswahrscheinlichkeit auf Grund des Multipolmoments $M(EL)$ der Ladungsverteilung gegeben zu :

$$B(EL; I_i \rightarrow I_f) = \sum_{m_i m_f} |\langle I_f m_f | M_{LM} | I_i m_i \rangle|^2$$

$$= \frac{1}{2I_i+1} |\langle I_f \| M^L \| I_i \rangle|^2. \quad (C.9)$$

Bei konstanter Dichteverteilung und erster Ordnung in α .

$$M^L = \frac{3ZeR^L}{4\pi} \alpha_{LM}$$

folgt

$$|\langle I_f \| \alpha^L \| I_i \rangle|^2 = (2I_i+1) \left(\frac{4\pi}{3ZeR^L} \right)^2 B(EL; I_i \rightarrow I_f).$$

(C.10)

Für die Übergänge zwischen dem Grundzustand und dem Ein-

bzw. Zwei-Phononen Zustand $|0\rangle$, $b_{LM}^* |0\rangle$; $\frac{1}{\sqrt{1+\delta_{I, I_2}}}$ *

$$\sum_{m_1 m_2} (I_1 I_2 \| m_1 m_2 M) b_{I_1 m_1}^+ b_{I_2 m_2}^+ |0\rangle$$

berechnen sich die reduzierten Matrixelemente zu :

$$\langle g.s. \| \alpha^L \| I(1P) \rangle = (-1)^L \delta_{LI} \beta_L . \quad (C.11.1)$$

$$\langle g.s. \| [\alpha^2 \otimes \alpha^2]^{[N]} \| I_f(2P) \rangle = \frac{\beta_2}{5} \sqrt{2} \delta_{I_f N} . \quad (C.11.2)$$

Für die Diagonalelemente erhalten wir :

$$(1) \quad \langle g.s. \| [\alpha^2 \otimes \alpha^2]^{[N]} \| 00 \rangle = \frac{1}{5} \beta_2 \delta_{N,0} \quad (C.11.3)$$

(2) Ein - Quadrupol - Phononenzustand:

$$\langle 2^+(1P) \| [\alpha^2 \otimes \alpha^2]^{[N]} \| 2^+(1P) \rangle = \frac{\hat{N}}{5} \beta_2 (2 + 5 \delta_{N,0}) \quad (C.11.4)$$

(3) Zwei - Quadrupol - Phononenzustand :

$$\begin{aligned} \langle I_i(2P) \| [\alpha^2 \otimes \alpha^2]^{[N]} \| I_f(2P) \rangle &= \beta_2^2 (\sqrt{5} \hat{I}_i \delta_{N,0} \delta_{I_i I_f} \\ &+ 4 \hat{I}_i \hat{I}_f (-1)^{I_f+1} W(I_i I_f 22 ; N 2) . \end{aligned} \quad (C.11.5)$$

Im Rotations-Modell [13] gelten folgende Beziehungen:

$$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+) = 5 B(E_2, 2^+ \rightarrow 0^+) . \quad (C.12)$$

mit

$$B(E_2, 0^+ \rightarrow 2^+) = \left(\frac{3Ze^2 R_0}{4\pi} \right)^2 \beta^2 . \quad (C.13)$$

$$\frac{B(E_2; 4^+ \rightarrow 2^+)}{B(E_2; 2^+ \rightarrow 0^+)} = \frac{(422|000)^2}{(220|000)^2} = \frac{10}{7} \quad (C.14)$$

$$\langle I_f \| \alpha^2 \| I_i \rangle = \hat{I}_i (I_i 2 I_f | 000) / \beta \quad (C.15)$$

Falls $I_f = I_i \gg 2$, erhalten wir aus (C.15) Diagonalmatrixelemente, die im Vibratorfall gleich Null sind, da der Kern ein statisches Quadrupolmoment besitzt [3].

Das bedeutet, daß das Monopolpotential bei Ankopplung inelastischer Kanäle durch Zusatzpotentiale abgeändert wird.

Die 6 - j Symbole sind mit den Racah Koeffizienten wie folgt verknüpft :

$$\left\{ \begin{matrix} j_1, j_2, j_3 \\ l_1, l_2, l_3 \end{matrix} \right\} = (-1)^{j_1 + j_2 + l_1 + l_2} W(j_1, j_2, l_2, l_1; j_3, l_3). \quad (C.16)$$

Anhang D

Die Berechnung des Streuquerschnitts.

Als Ausgangspunkt zur Bestimmung des Streuquerschnitts

dient die asymptotische Form der Wellenfunktion

$$\Psi = \sum_{KK'IM} A_K^{IM} (\delta_{KK'} J_{K'} - S_{KK'}^I O_{K'}) [i^{l'} Y_{l'm'} \Phi_{J\lambda'}]_{IM} \quad (D.1)$$

mit den Koeffizienten

$$A_K^{IM} = \frac{i}{k_K} [\pi(2l+1)(1+\delta_{\alpha_1\alpha_2})]^{\frac{1}{2}} \delta_{\lambda(\alpha_1\alpha_2)} * \\ (\ell J I | 0 M M) (I_1 I_2 J | M_1 M_2 M). \quad (D.2)$$

Setzen wir (D.2) in (D.1) ein und berücksichtigen wir die

Orthogonalität der Clebsch - Gordan Koeffizienten sowie die

Definition von J_K , O_K in Gleichung (43) und die Form von

$P_L(\theta)$, wie sie in [21] angegeben ist, erhalten wir folgende

Darstellung der asymptotischen Wellenfunktion:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ U_c(\theta) \chi_{\alpha_1(1)} \chi_{\alpha_2(2)} + U_c(\pi-\theta) \chi_{\alpha_1(2)} \chi_{\alpha_2(1)} \} \\ + \sum_{\epsilon} \frac{i}{k_K} \sqrt{\pi} \hat{\ell} \sqrt{\frac{1+\delta_{\alpha_1\alpha_2}}{1+\delta_{\alpha_1'\alpha_2'}}} (e^{2i\sigma_{\ell'}} \delta_{KK'} - S_{KK'}^I) * \\ (I_1 I_2 J | M_1 M_2 M) (I_1' I_2' J' | M_1' M_2' M') (\ell J I | 0 M M) \\ (\ell' J' I | m' M' M) i^{\ell'} Y_{\ell'm'}(\Omega) O_{K'} \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \chi_{\alpha_1(1)} \chi_{\alpha_2(2)} + (-1)^{\ell'} \\ * \chi_{\alpha_1'(1)} \chi_{\alpha_2'(1)} \}. \quad (D.3)$$

$$U_c(\theta) = \frac{1}{v_{kr}} \sum_l (2l+1) i^l P_l(\cos\theta) e^{i\sigma_l} F_l(r) .$$

Gleichung (D.3) kann in der Form

$$\Psi = \psi_c + \sum_{s_1 s_2} f_{s_1 s_2}^{s'_1 s'_2}(\theta, \varphi) \psi_{s'_1 s'_2}^{st}$$

mit ψ_c als Coulombwellenfunktion und $\psi_{s'_1 s'_2}^{st}$ als

auslaufende Kugelwelle geschrieben werden. Unter Berücksichtigung der Normierung der Wellenfunktionen in (D.3)

sowie der Definition der auslaufenden Coulombwellen O_K ,

ergibt sich für die Streuamplitude der folgende Ausdruck :

$$f_{s_1 s_2}^{s'_1 s'_2}(\theta, \varphi) = \sum_K \frac{i}{k_K} \hat{L} \sqrt{\pi (1+\delta_{\alpha_1 \alpha_2})(1+\delta_{\alpha_1 \alpha'_1})} \\ (I_1 I_2 J | M_1 M_2 M) (I'_1 I'_2 J' | M'_1 M'_2 M'_3) (e J I | 0 M M) \\ (e' J' I | m' M'_3 M) (e^{2i\sigma_{e'}} \delta_{K'K} - S_{K'K}^I) Y_{e'm'}(\theta, \varphi) .$$

(D.4)

und letztlich für den differentiellen Streuquerschnitt :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{s_1 s_2 \rightarrow s'_1 s'_2} = | f_c(\theta) \delta_{s_1 s'_1} \delta_{s_2 s'_2} - f_c(\pi-\theta) \delta_{s_1 s'_2} \delta_{s_2 s'_1} \\ + f_{s_1 s_2}^{s'_1 s'_2}(\theta, \varphi) |^2$$

(D.5)

Dieser Streuquerschnitt beschreibt eine Kern-Kern-Streuung
vom Zustand S_1 des Projektils in den Zustand S_1' bzw.
vom Zustand S_2' des Targetkerns in den Zustand S_2 .

Figurenbeschreibung

Figur 1.(1.a). Das reelle Potential (Monopol-Term) $V_{(r)}^{(0)}$

für die Streuung Zweier- ^{12}C Kerne in der adiabatischen Näherung (siehe Anhang A).

Figur 1.(1.b). Wie in (1.a), jedoch Oberflächenkorrektur

für $r \sim R_1 + R_2$, d.h. in der Nähe des Berührungspunktes der beiden Kerne.

Figur 1.2 . Das reelle Potential zwischen zwei ^{12}C -

Kernen nach unserem Modell in der adiabatischen Näherung.

Außerdem sind die aufaddierten Zentrifugalpotentiale gezeichnet; die gestrichelten Linien stellen die virtuellen und quasigebundenen Zustände dar.

Figur 2. Kopplungspotentiale

(2.1) Das lineare Kopplungspotential $V_L^{(1)}(r)$

für $L = 2$ als Funktion des Abstandes $r, 0 < r < 15$ fm.

(2.2) Das quadratische Kopplungspotential $V^{(2)}(r, \Lambda)$

für $\Lambda = 0, 2, 4$ als Funktion des Abstandes $r, 0 < r < 15$ fm.

(2.3) Das mischungsquadratische Kopplungspotential für $\Lambda = 0, 2, 4$ als Funktion des Abstandes r , $0 < r < 15$ fm.

Figur 3 . Vergleich zwischen unseren berechneten Resonanzen des reellen Potentials (siehe Figur 1) mit gemessenen Resonanzen [24] . Der gestrichelte Teil der G.S.Bande wird von Arima [17] entnommen.

Figur 4 . Die Kernstreuphasen der elastischen $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ Streuung für das reelle Potential ohne Imaginärpotential. Die Lage der Zustände wurde durch die Bedingung festgelegt, daß die Kernphase bei der jeweiligen Energie durch den Wert $\delta_e = \frac{\pi}{2}$ geht.

Figuren 5-8 . Streuquerschnitte für $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ als Funktion der Einschußenergie $E_{\text{c.m.}}$ zwischen 5 und 37 MeV bei festem Streuwinkel $\theta_{\text{cm}} = 90^\circ$ mit Ankopplung verschiedener Kanäle und zwar:

(1) Figur 5 . (gs, gs), 2_1^+ Anregung (gs, 2_1^+) und zweifache 2^+ Anregung (2_1^+ , 2_1^+) über das lineare Kopplungspotential.

(2) Figur 6. (gs, gs) , $(gs, 2_1^+)$ und $(2_1^+, 2_1^+)$ über das lineare und quadratische Kopplungspotential.

(3) Figur 7. Wie in Figur (6) aber zusätzlich Ankopplung der Zwei-Phononen Anregung $(gs, 0_2^+, 2_2^+, 4_2^+)$.

(4) Figur 8. Wie in Figur (6) aber zusätzlich Ankopplung der 4^+ Anregung $(gs, 4^+)$.

Die experimentellen Daten wurden Ref. [31] entnommen.

Die Figuren im einzelnen:

Figuren (5-8)a: Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung für $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ als Funktion der Einschußenergie E_{cm} zwischen 5 und 37 MeV bei festem Streuwinkel $\theta_{cm} = 90^\circ$ mit Ankopplung verschiedener Kanäle gemäß den oben angegebenen Fällen (1) bis (4).

Figuren (5-8)b, (5-8)c, 7d, 8d.

Wirkungsquerschnitt der inelastischen Streuung für $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ als Funktion der Einschußenergie E_{cm} zwischen 10 und 30 MeV bei festem Streuwinkel $\theta_{cm} = 90^\circ$ mit Ankopplung verschiede-

ner Kanäle und zwar :

Figuren (5-8)b. Inelastischer Wirkungsquerschnitt des Kanals $(gs, 2^+)$.

Figuren (5-8)c. Inelastischer Wirkungsquerschnitt des Kanals $(2^+, 2^+)$.

Figur 7d. Inelastischer Wirkungsquerschnitt der Kanäle $(gs, 0_2^+)$, $(gs, 2_2^+)$ und $(gs, 4_2^+)$.

Figur 7f. Gesamter Reaktionsstreuquerschnitt des Kanals $(2_1^+, 2_1^+)$.

Figur 7g. Gesamte Reaktionsstreuquerschnitte der Kanäle $(4_2^+, 0^+)$, $(0_2^+, 0^+)$.

Figur 8d. Inelastischer Wirkungsquerschnitt des Kanals $(gs, 4^+)$.

Die experimentellen Daten wurden Referenzen [6,31] entnommen.

Figur 9.

(9.a) Das reelle Potential $V^{(0)}(r)$ (Monopol Term)

für die Streuung zweier ^{28}Si Kerne in der adiabatischen

Näherung.

(9.b) Wie in (9.a), jedoch mit Oberflächenkorrektur für $r \sim R_1 + R_2$, d.h. in der Nähe des Berührungspunktes der beiden Kerne.

Figur 10. Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung für das $^{28}\text{Si}-^{28}\text{Si}$ System als Funktion der Einschußenergie E_{cm} zwischen 40 und 72 MeV bei festem Streuwinkel $\theta_{\text{cm}} = 90^\circ$.

Experimentelle Daten nach Ref. [22a].

Figur 11. Winkelverteilung der elastischen Streuung für $^{28}\text{Si}-^{28}\text{Si}$ als Funktion des Streuwinkels θ_{cm} zwischen 50° und 90° für verschiedene Einschußenergien E_{cm} .

Experimentelle Daten nach Ref. [22].

$$(11.1) \quad E_{\text{cm}} = 53.5 \text{ MeV.}$$

$$(11.2) \quad E_{\text{cm}} = 33 \text{ MeV und } E_{\text{cm}} = 34 \text{ MeV.}$$

$$(11.3) \quad E_{\text{cm}} = 35.2 \text{ MeV und } E_{\text{cm}} = 36 \text{ MeV.}$$

Figur 12. Das Imaginärpotential als Funktion des Abstandes r für verschiedene Drehimpulse $\ell = 0, 2, 12$ und verschiedene Einschußenergien $E_{\text{cm}} = 15.30 \text{ MeV}$.

Figur 13. Schematisches Bild des Imaginärpotentials und seiner Abhängigkeit von der Energie und dem Drehimpuls.

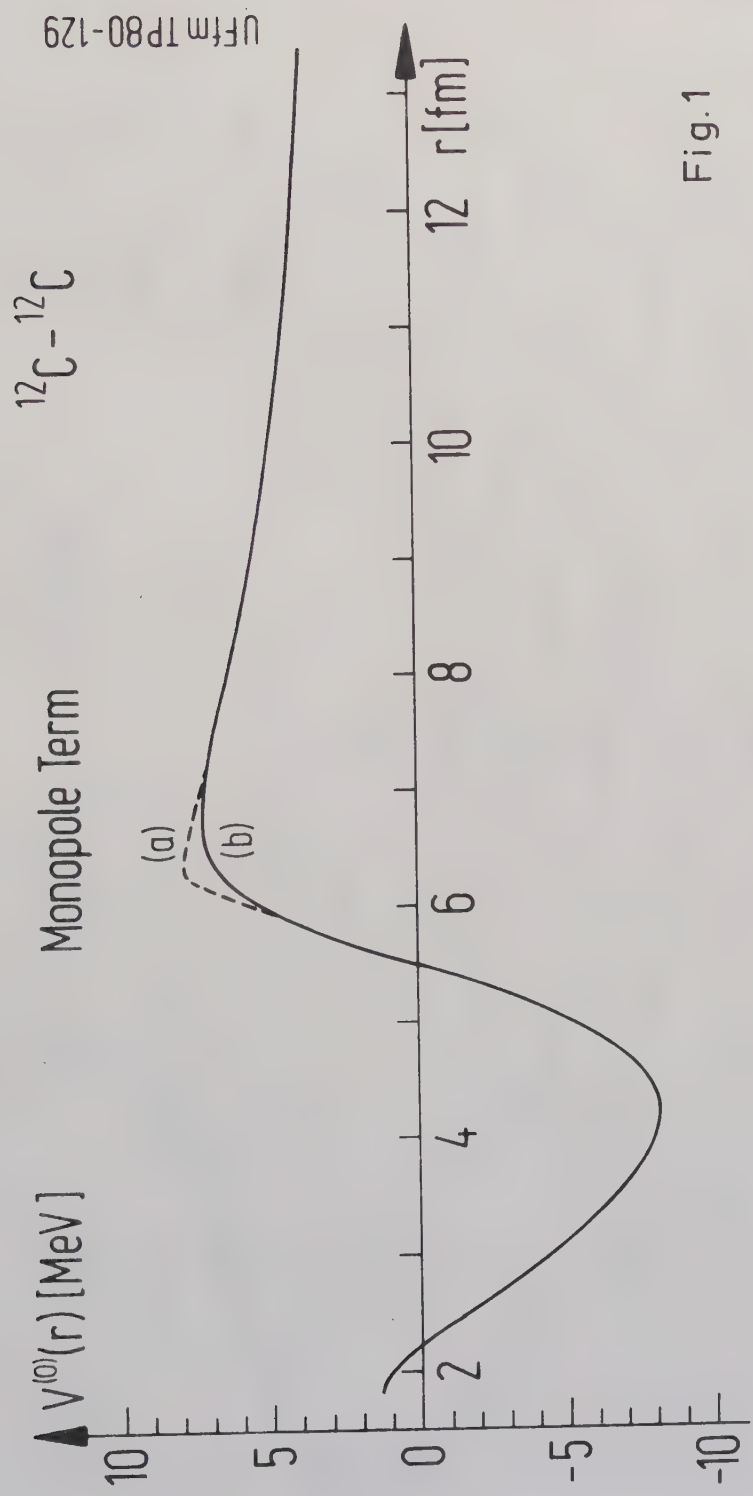
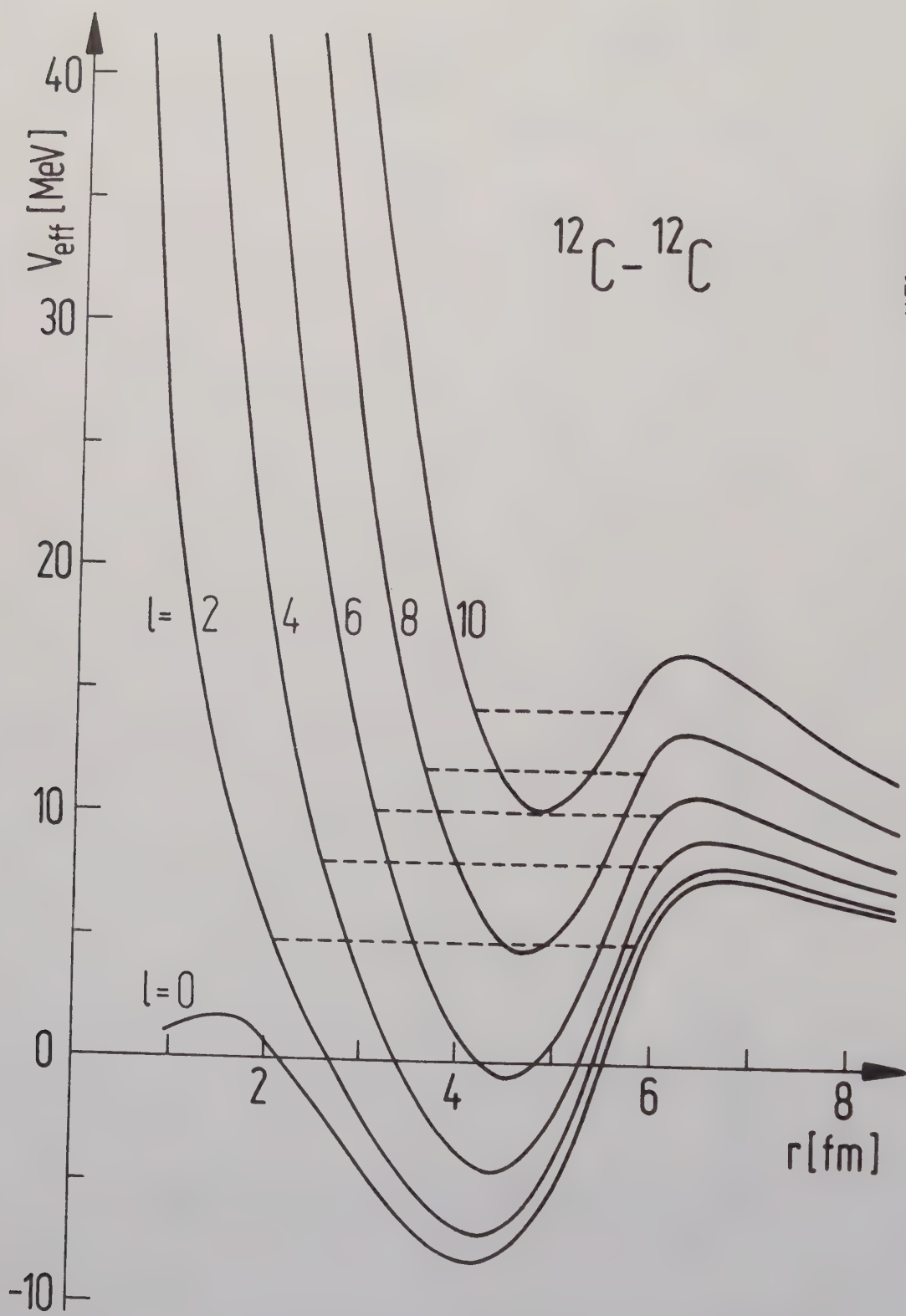


Fig.1



UFfm TP80-130

Fig.1.2

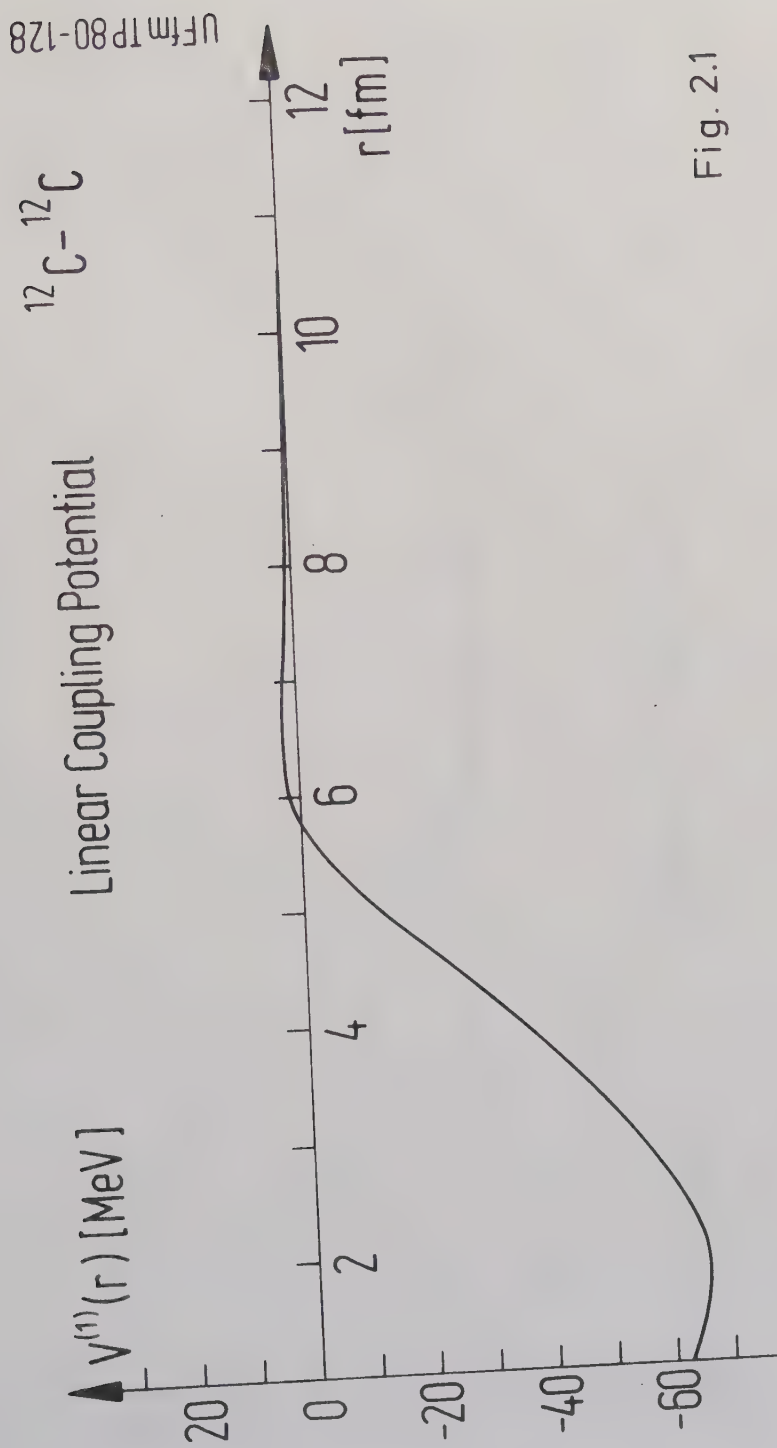


Fig. 2.1

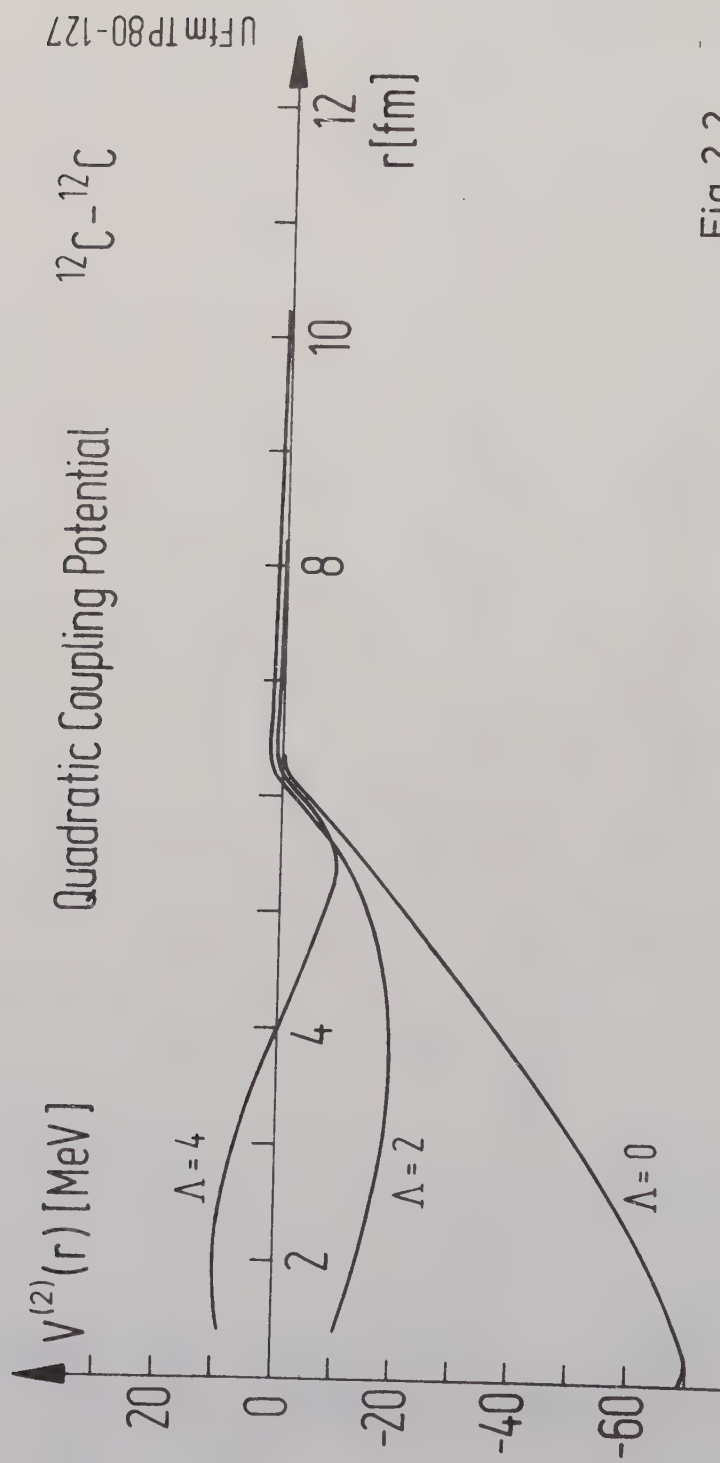


Fig. 2.2

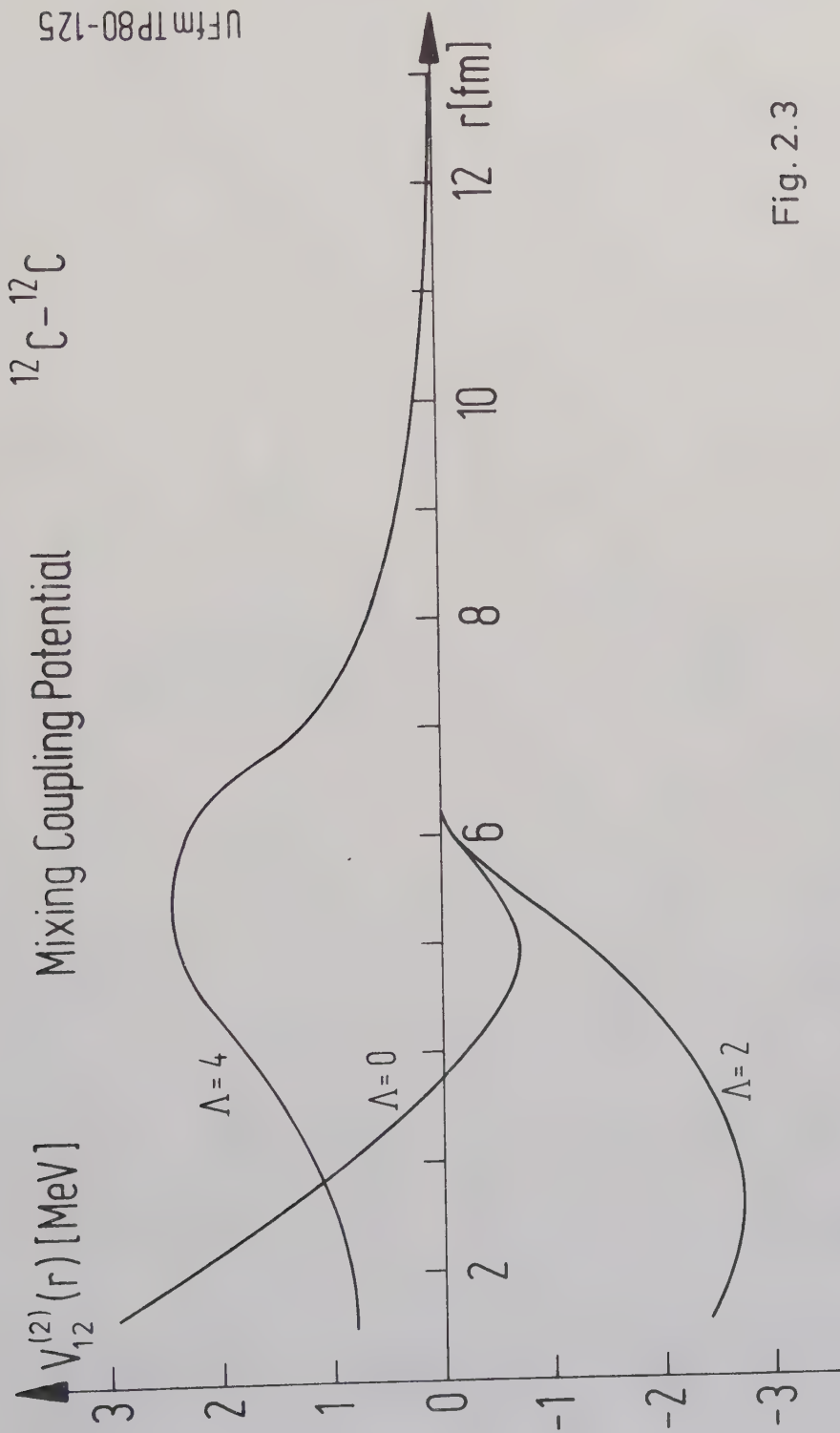


Fig. 2.3

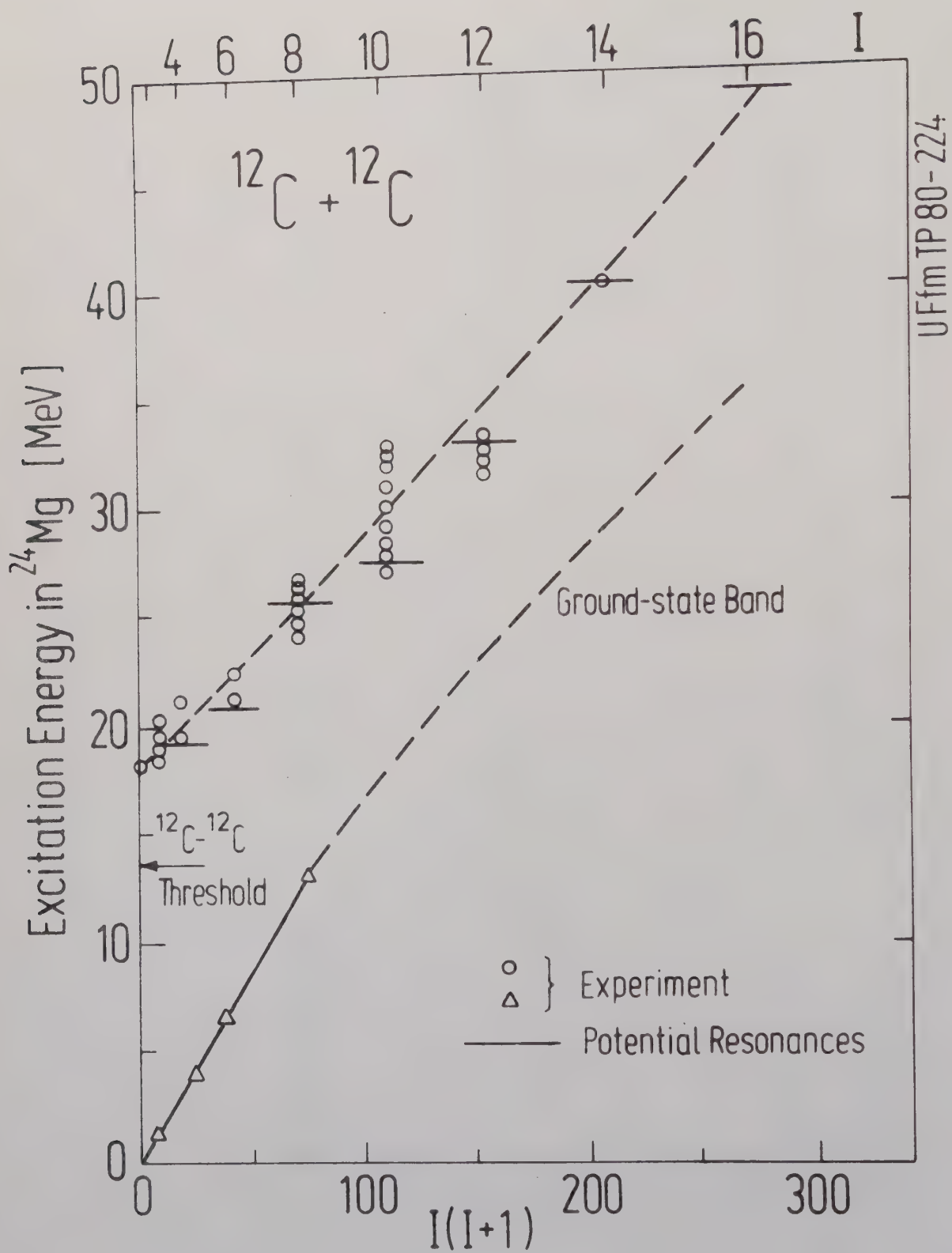


Fig.3

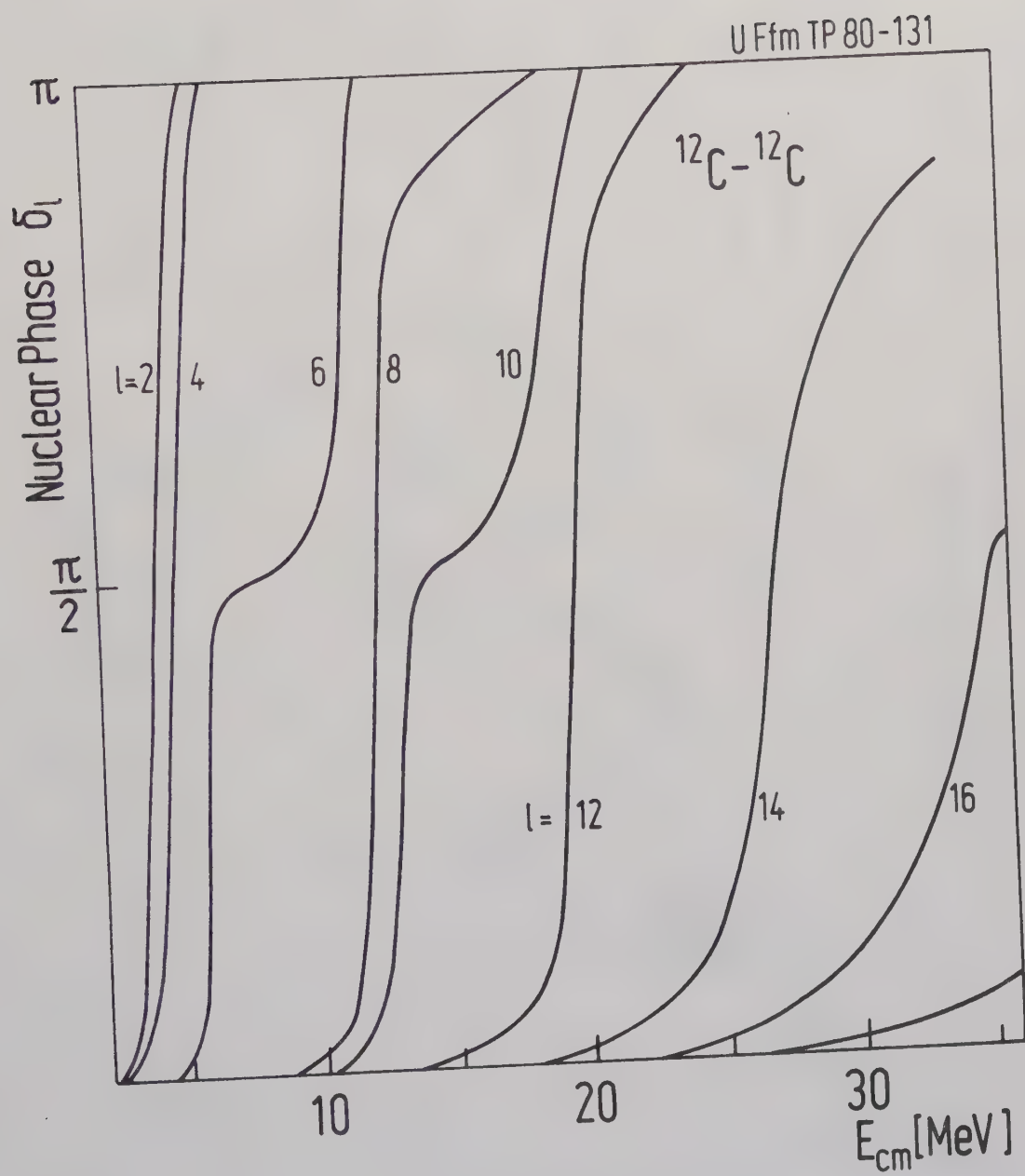


Fig. 4

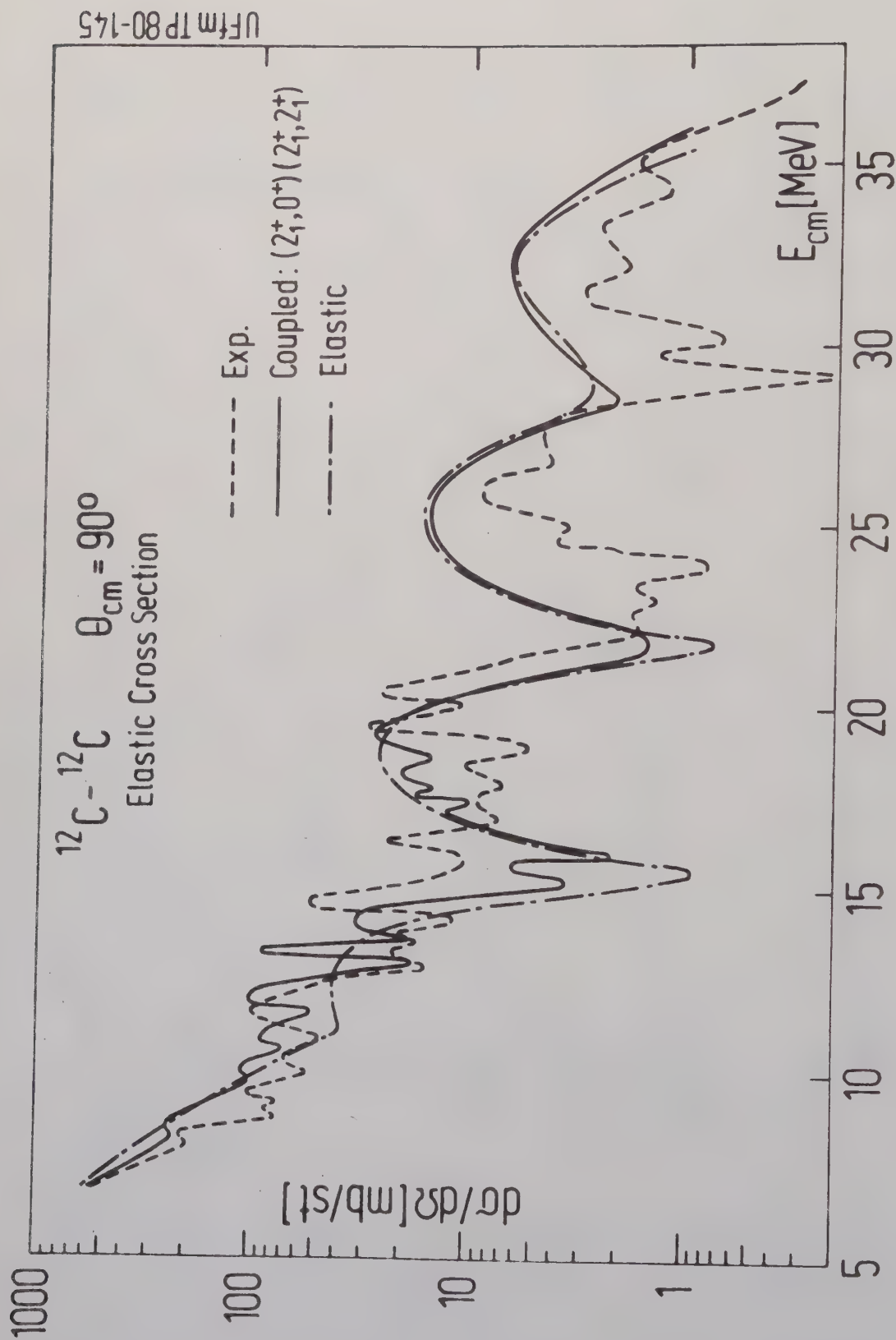


Fig. 5a

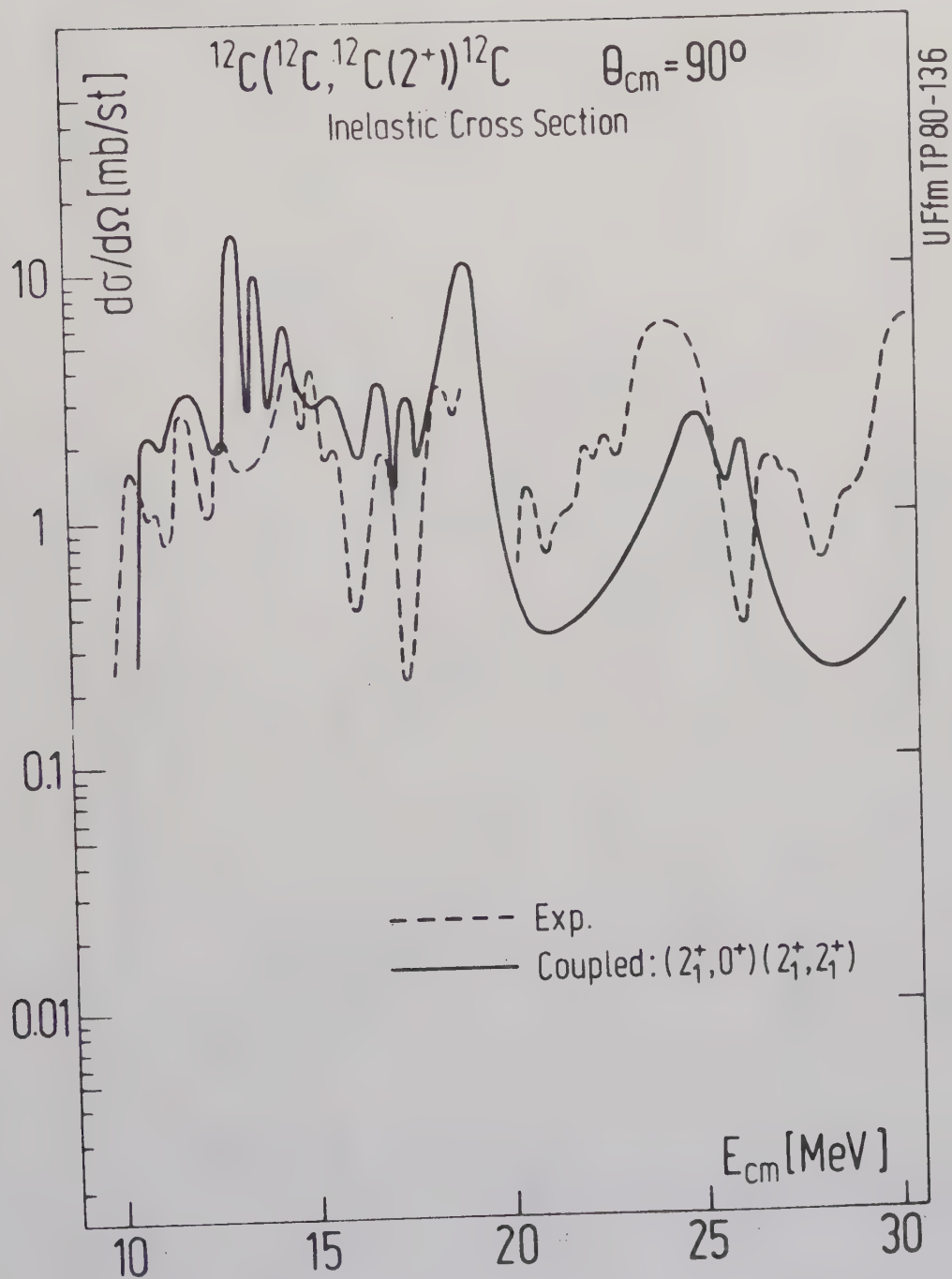


Fig. 5b

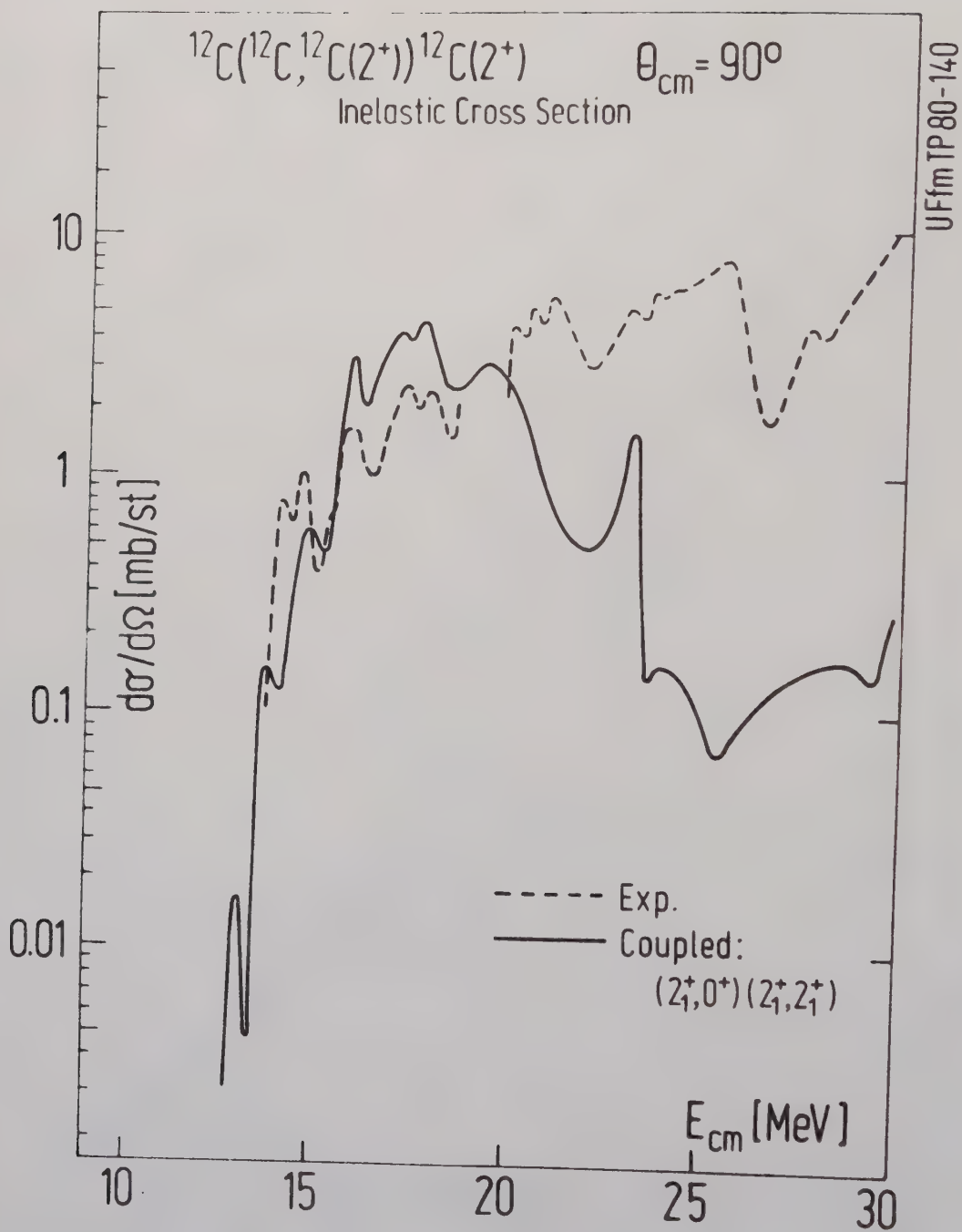


Fig.5c

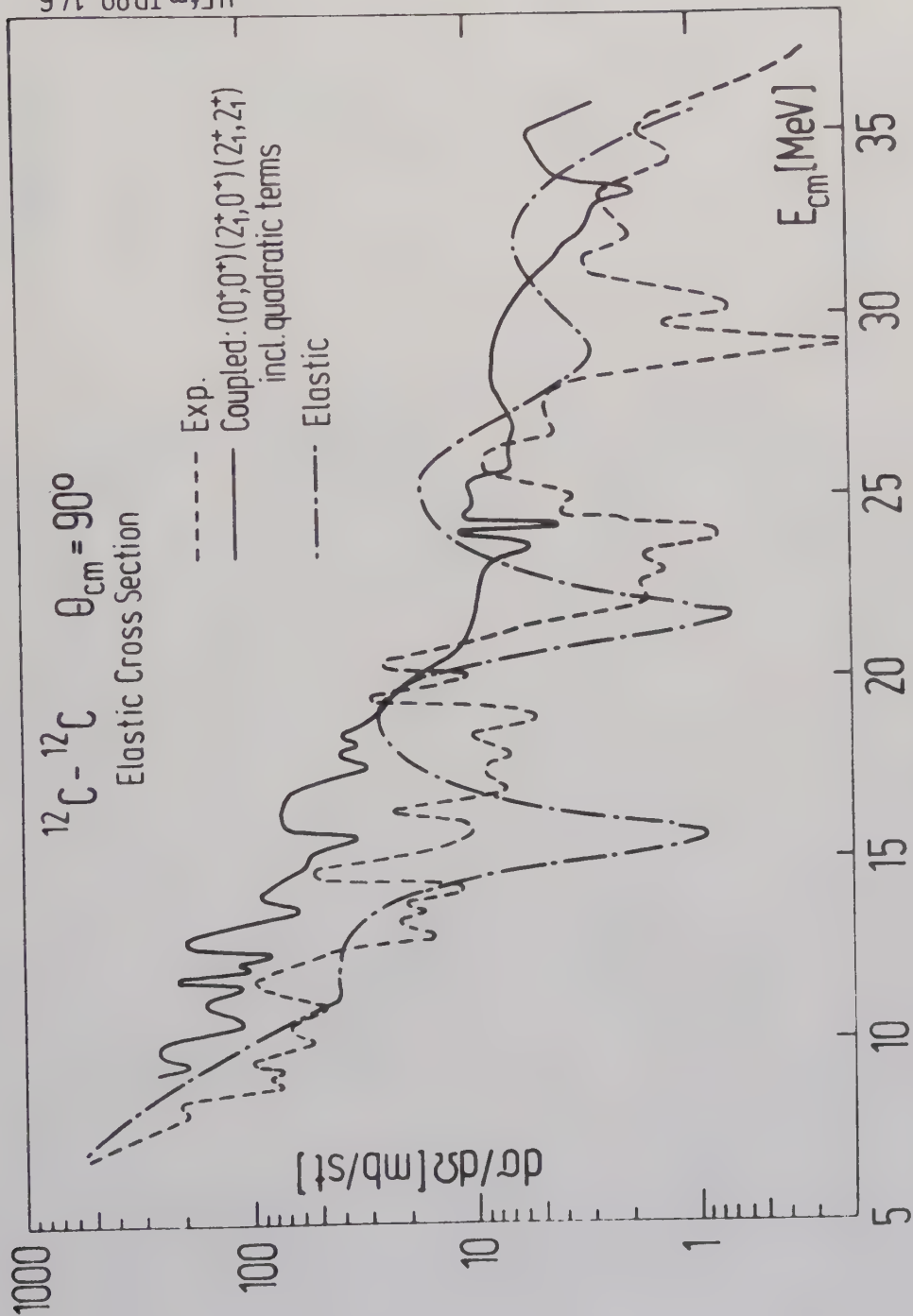


Fig. 6a

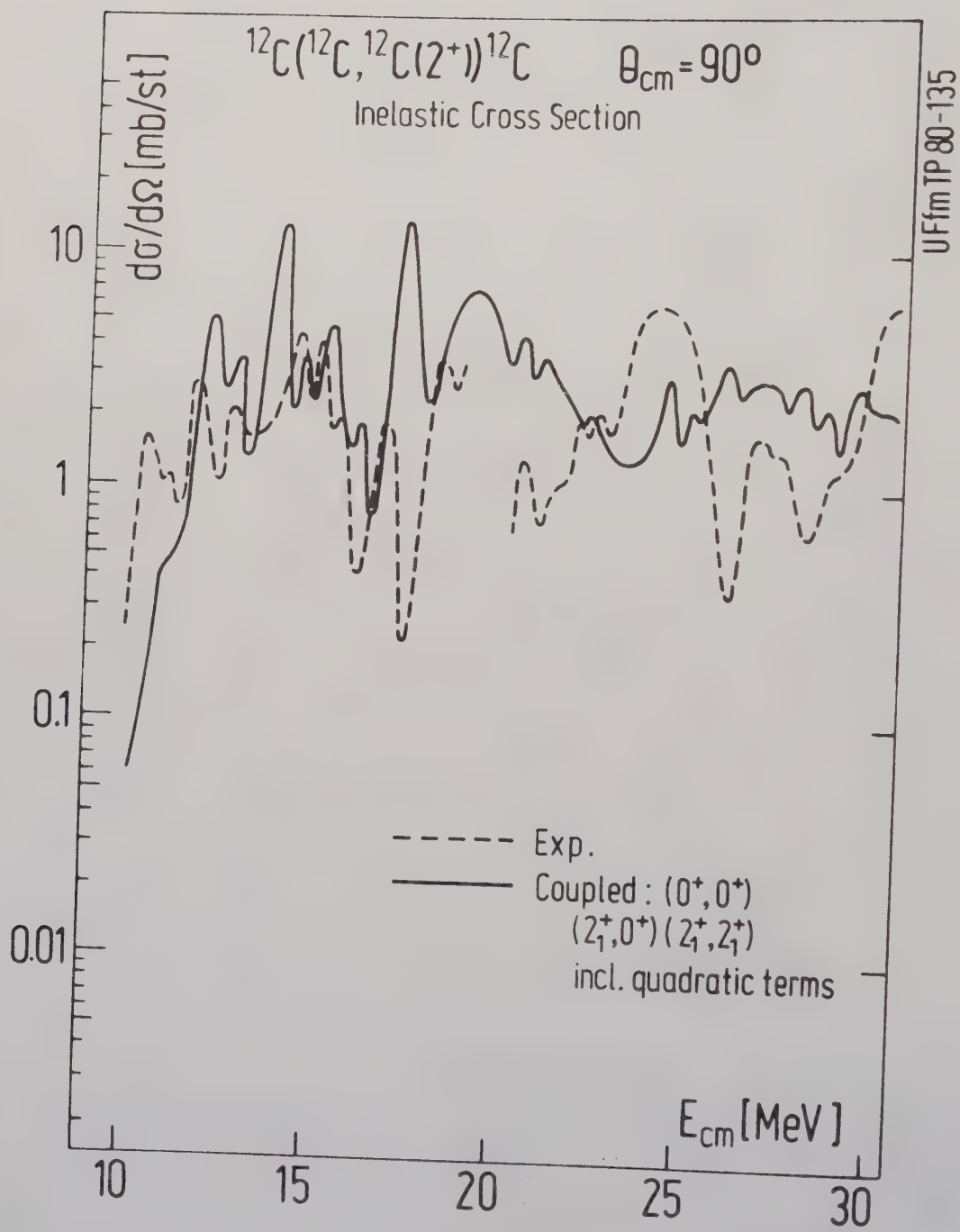


Fig. 6b

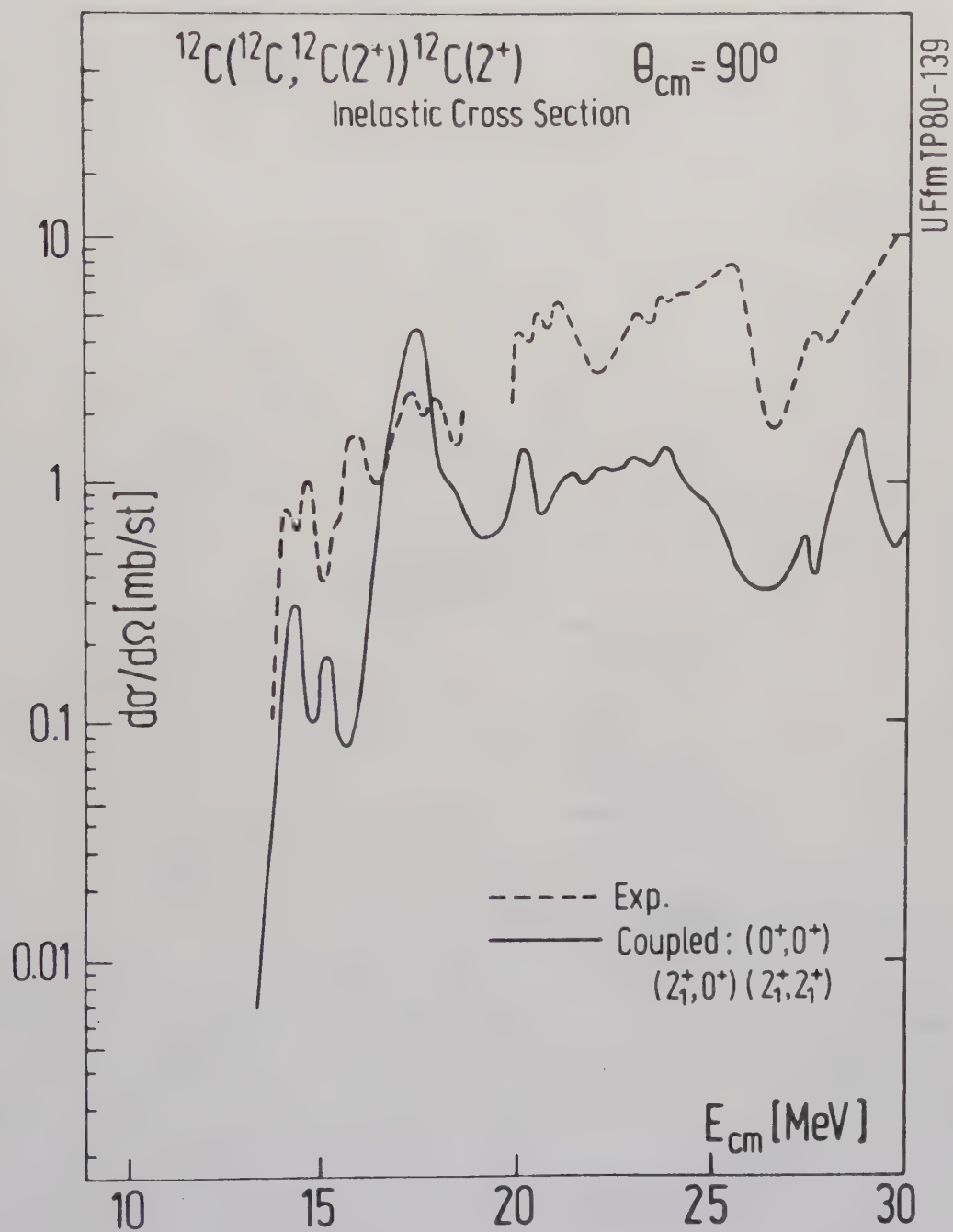


Fig.6c

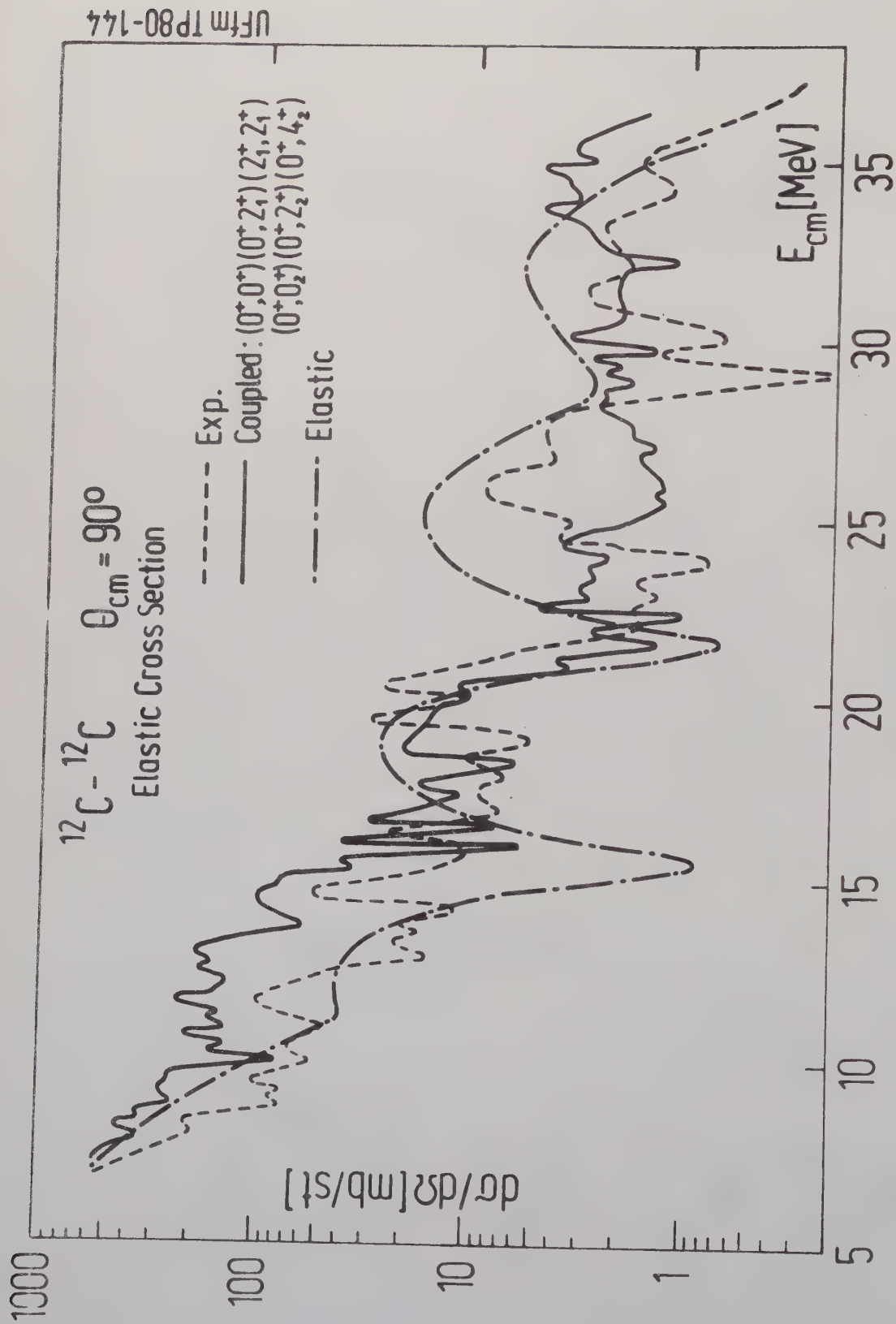


Fig. 7a

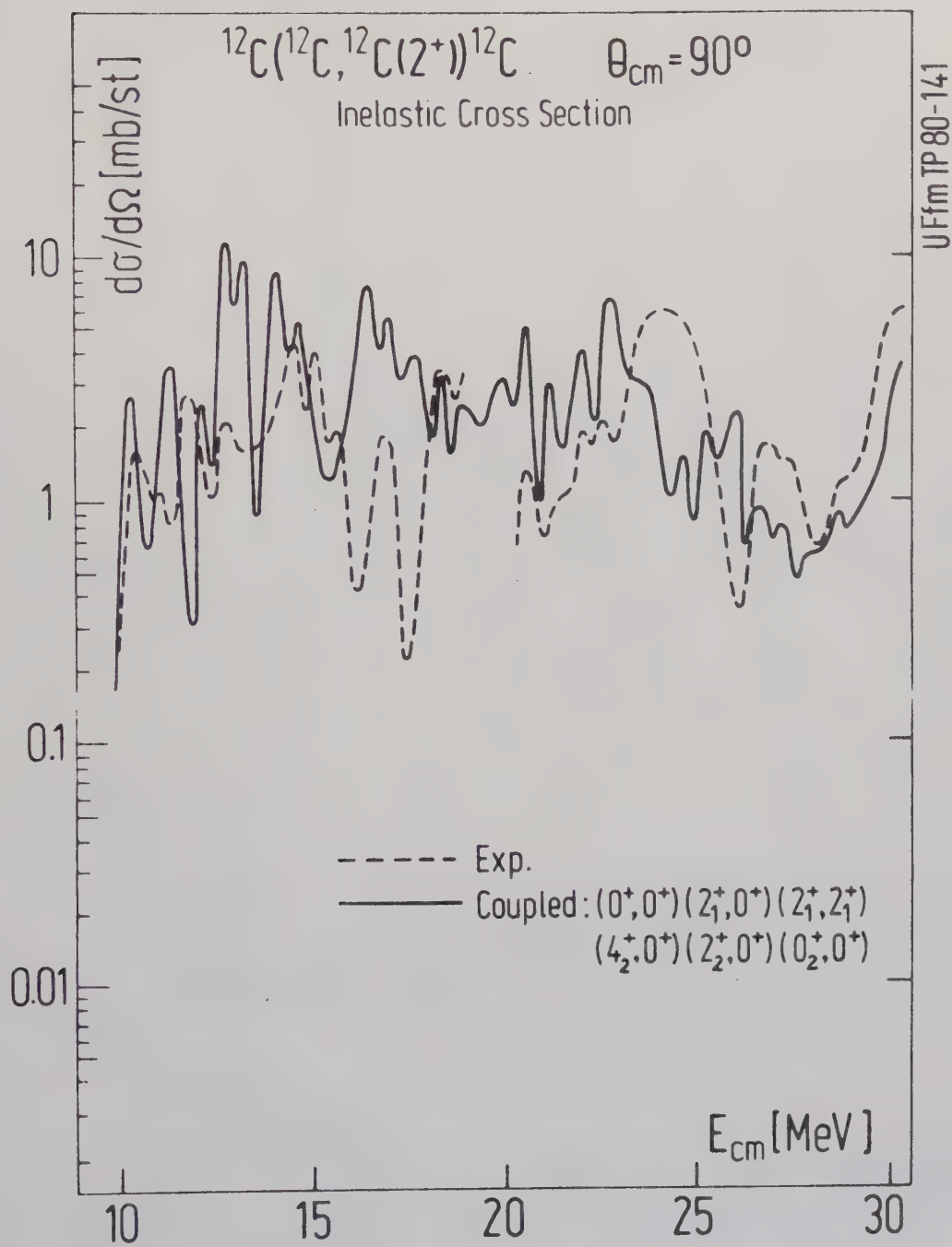


Fig. 7b

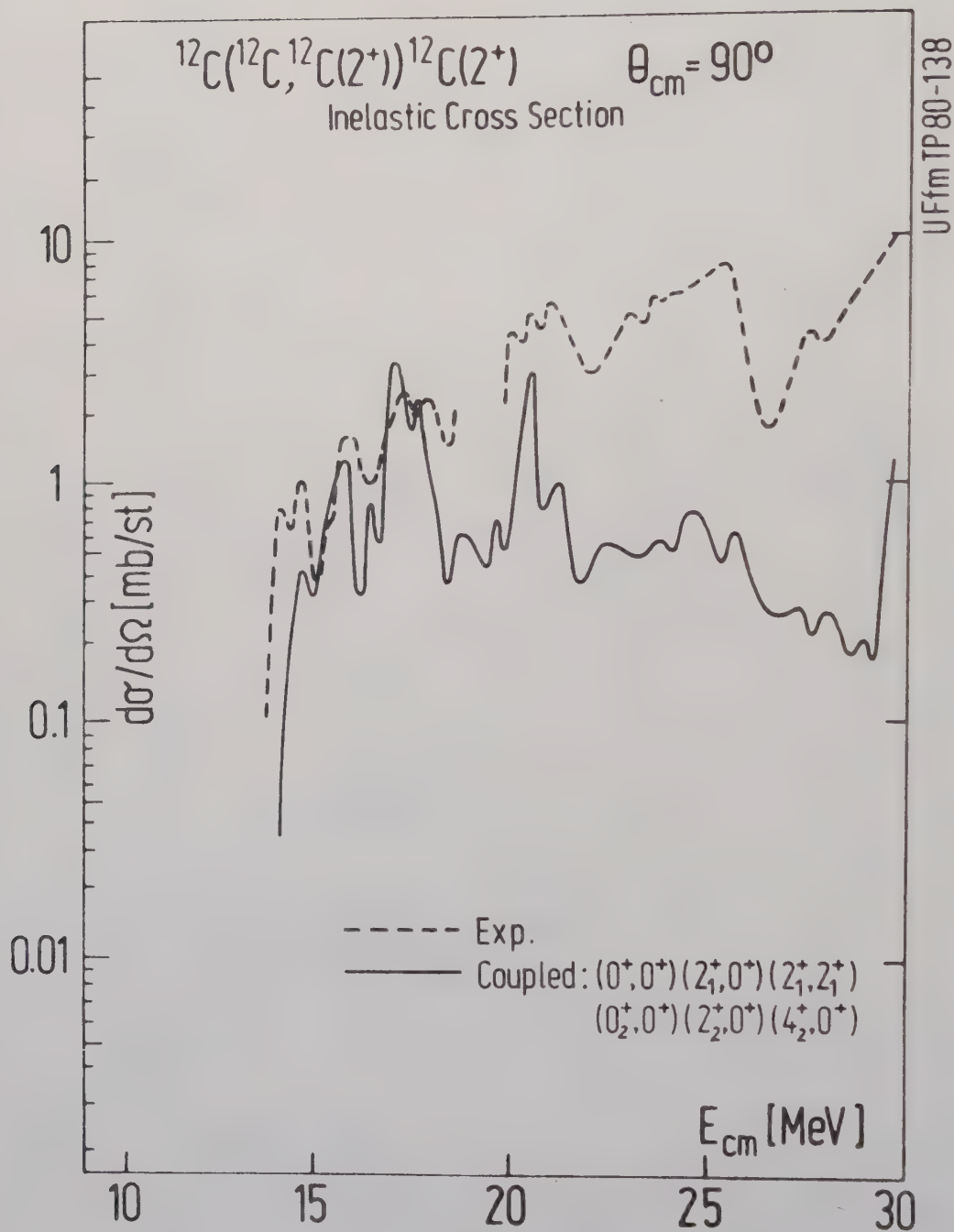


Fig.7c

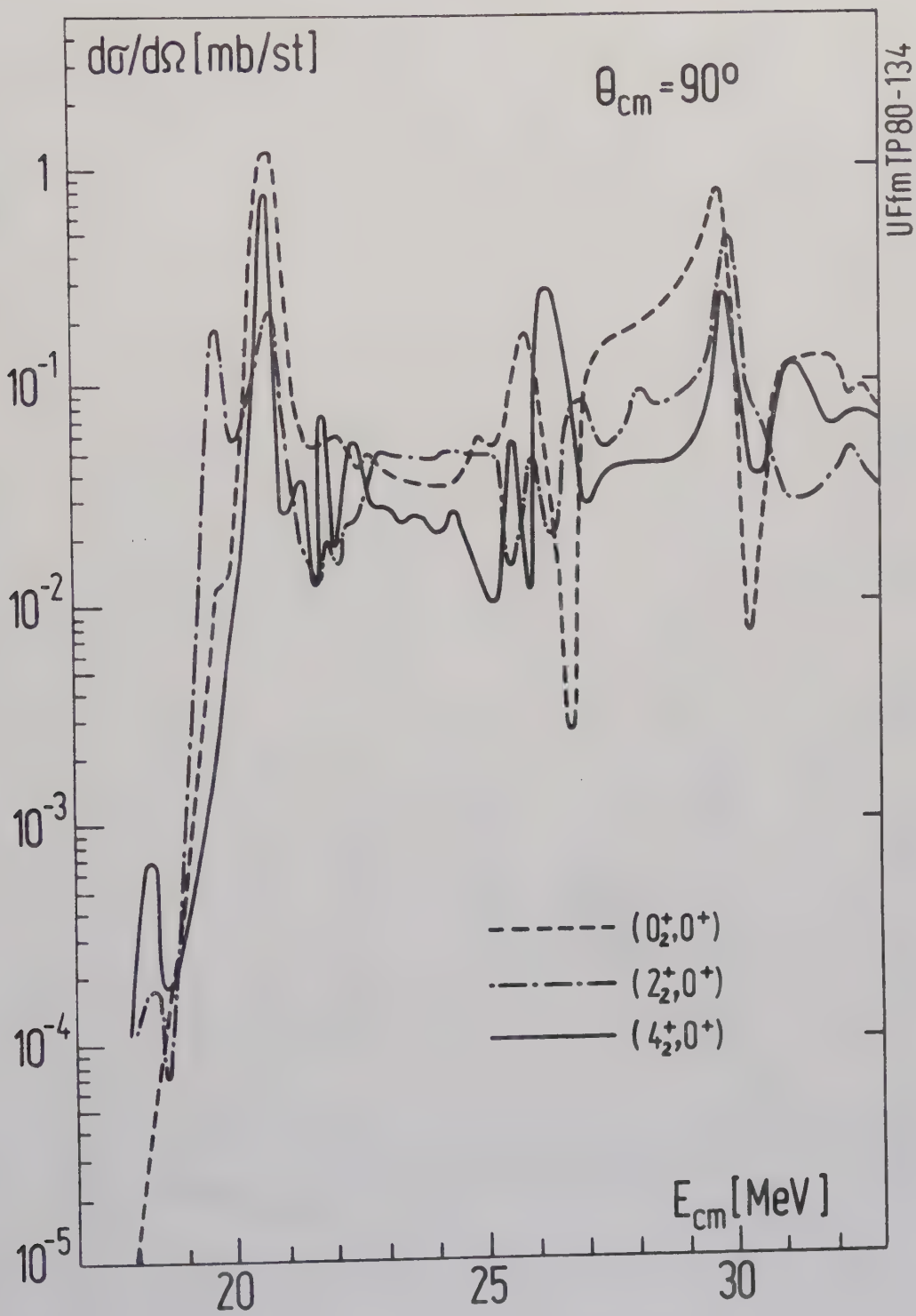


Fig.7d

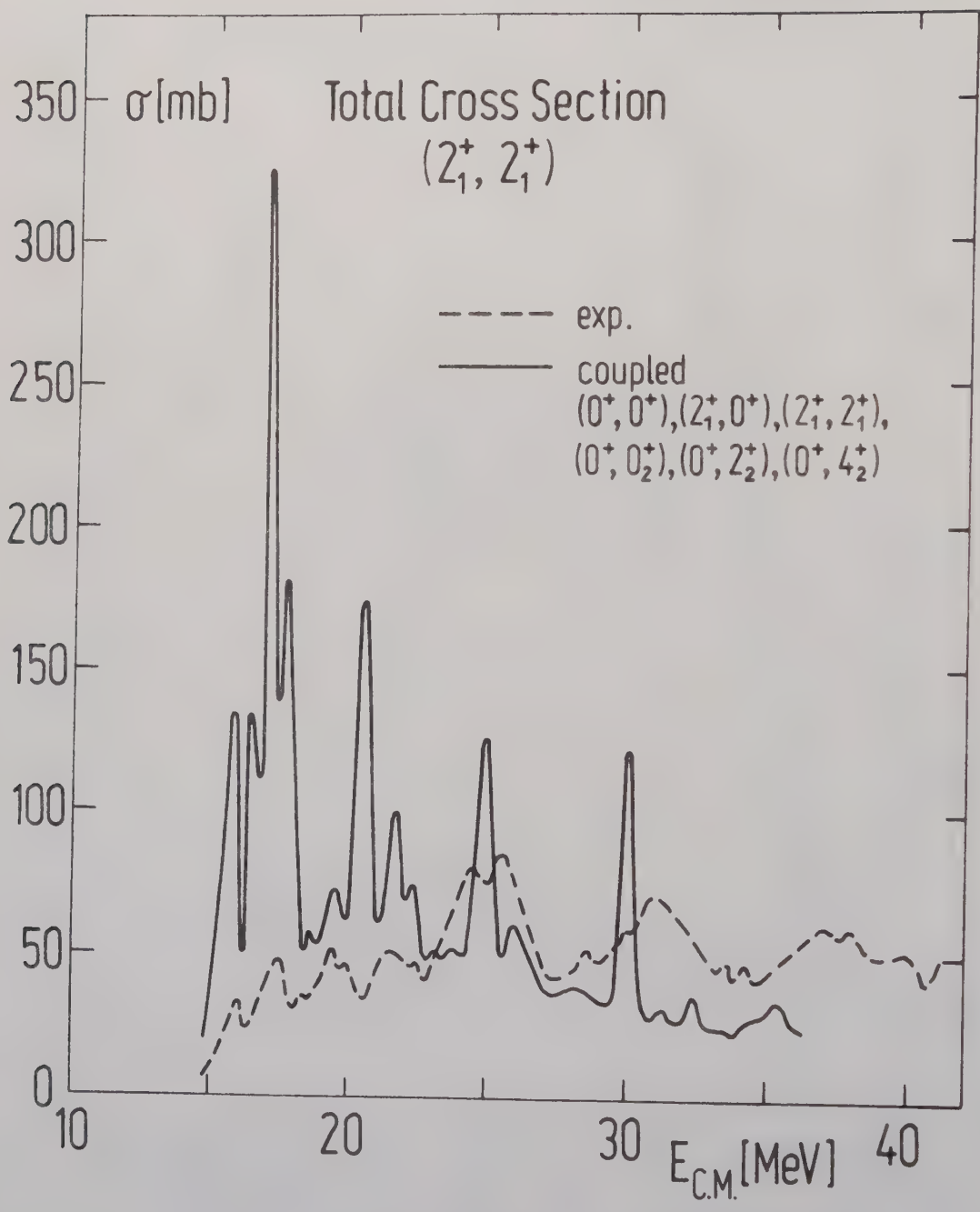


Fig.7f

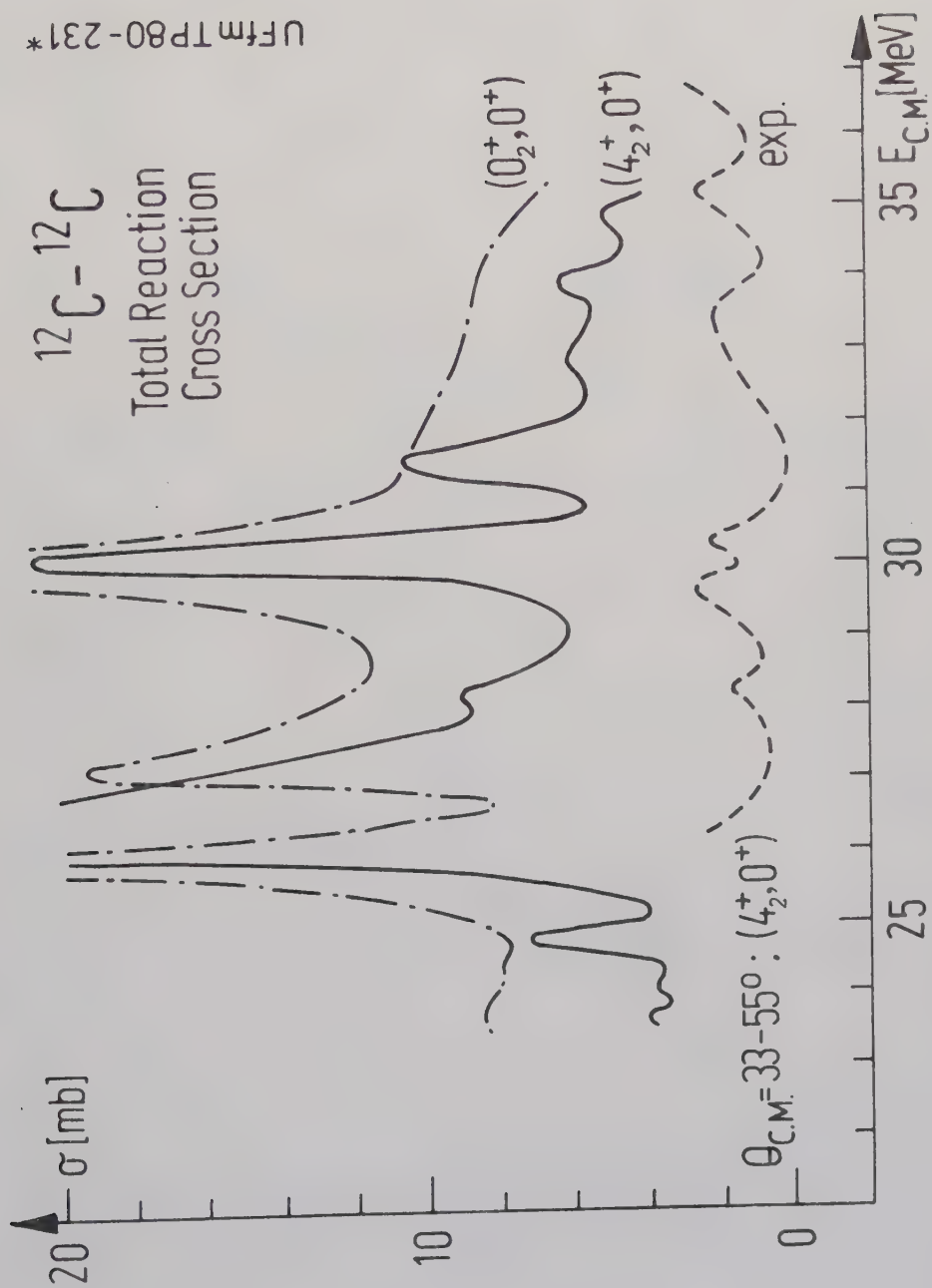


Fig.7g

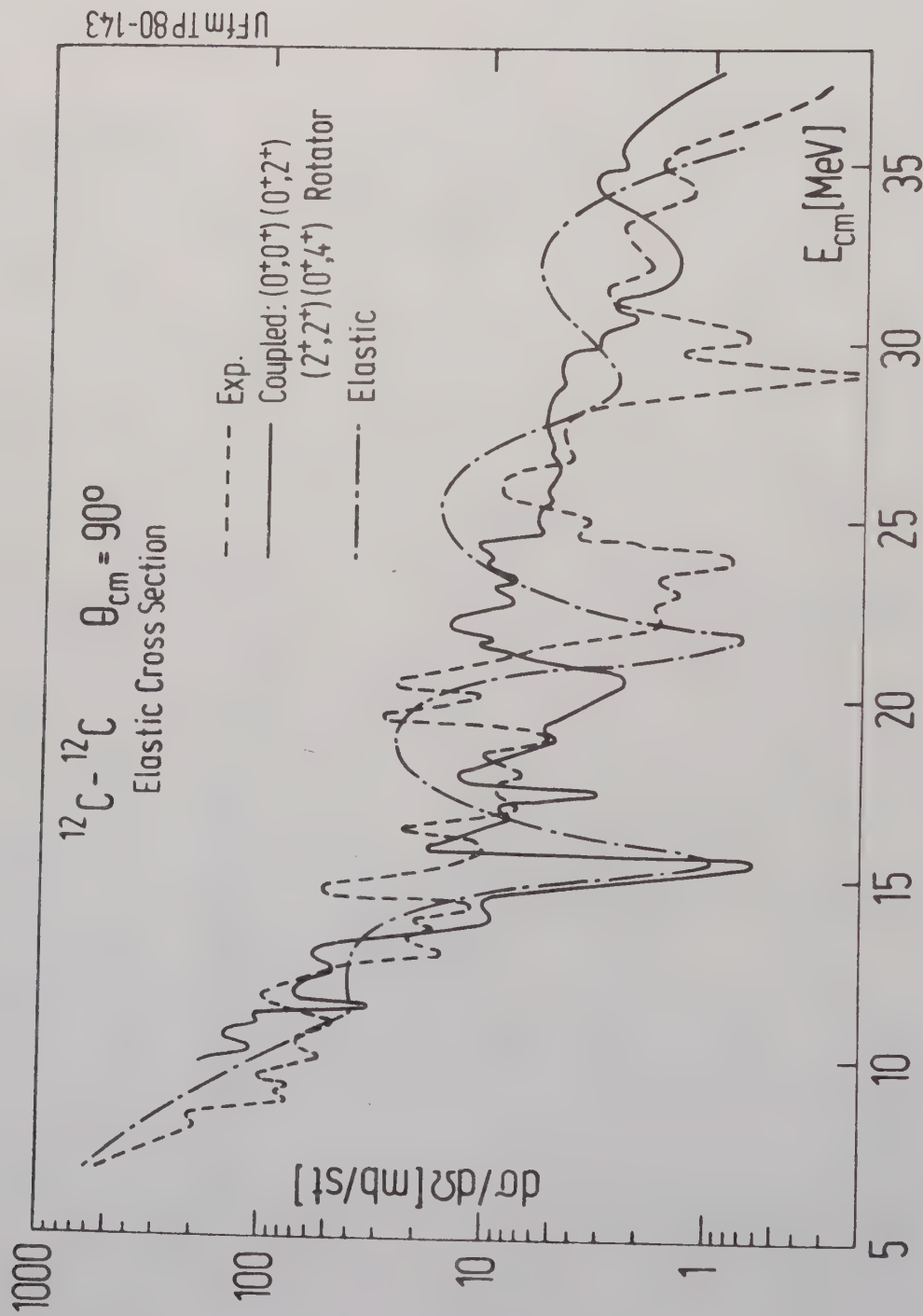


Fig. 8a

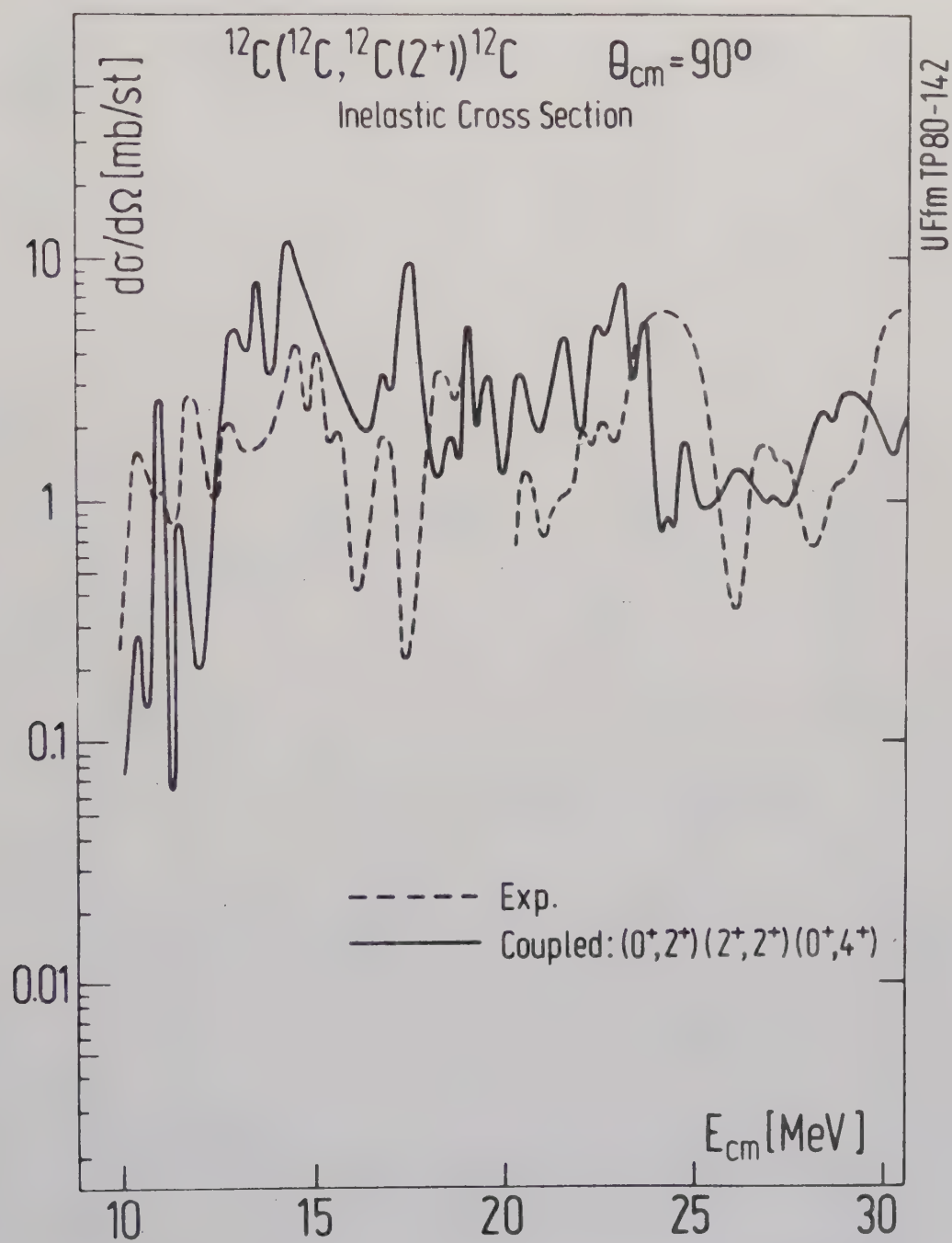


Fig.8 b

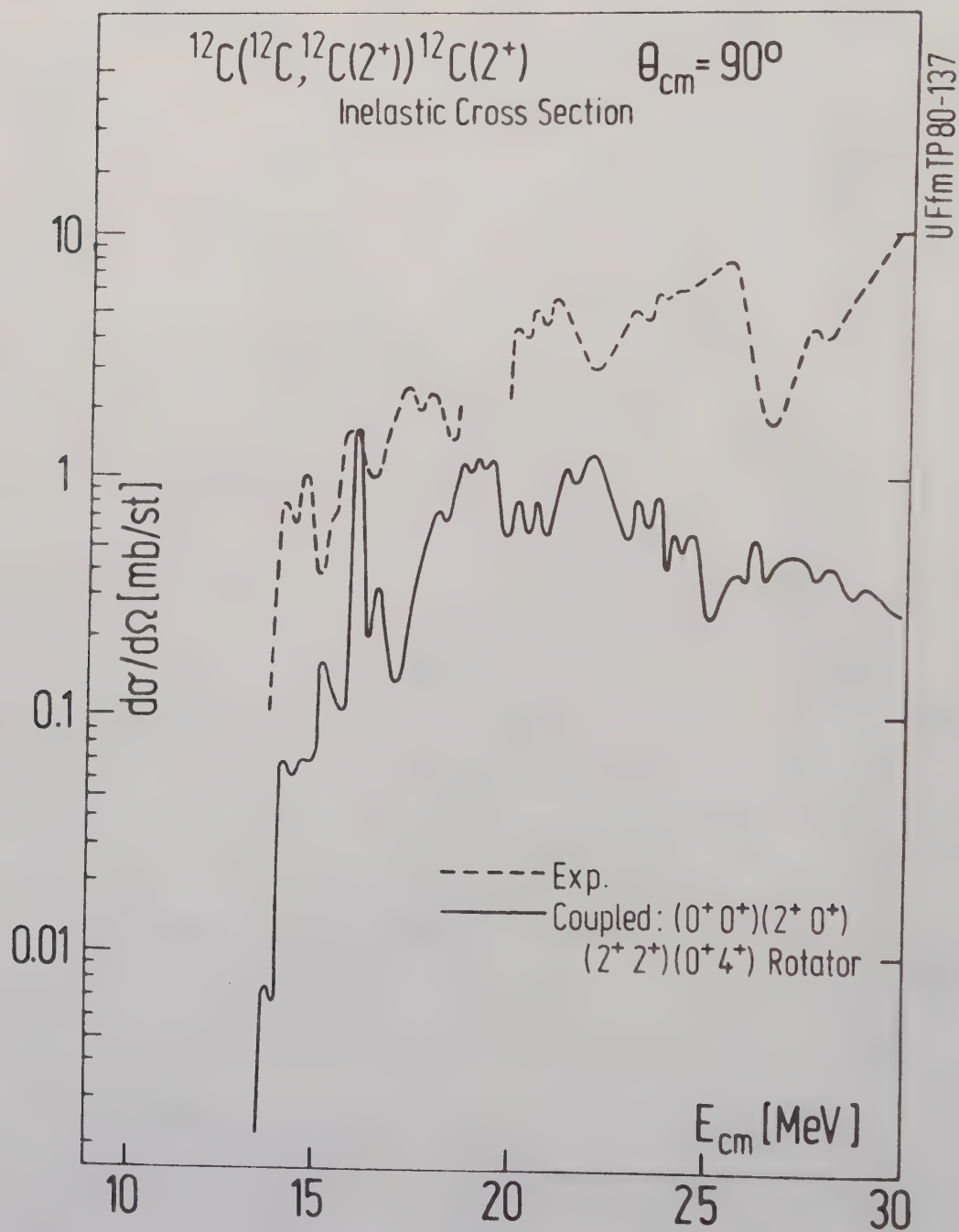
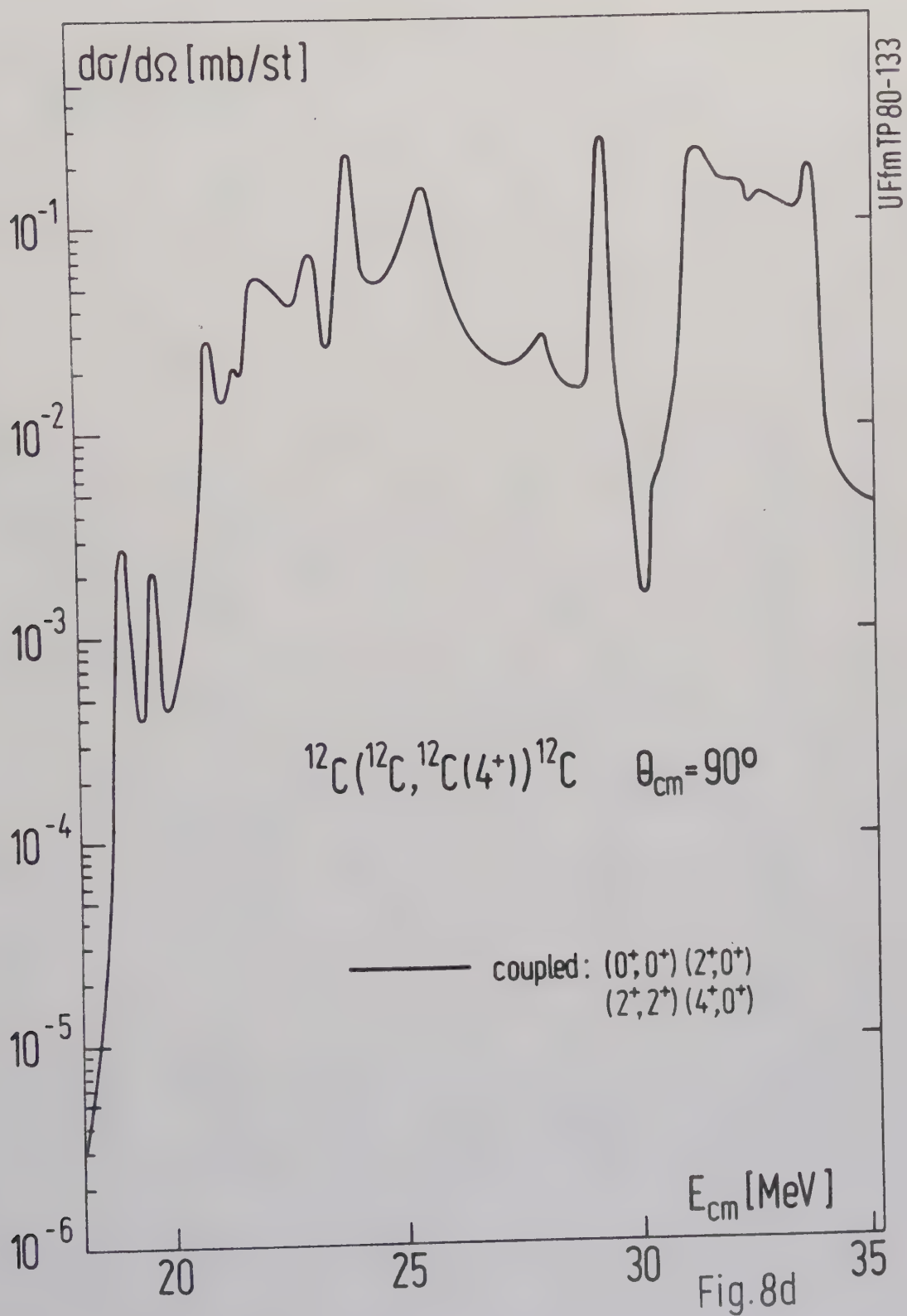
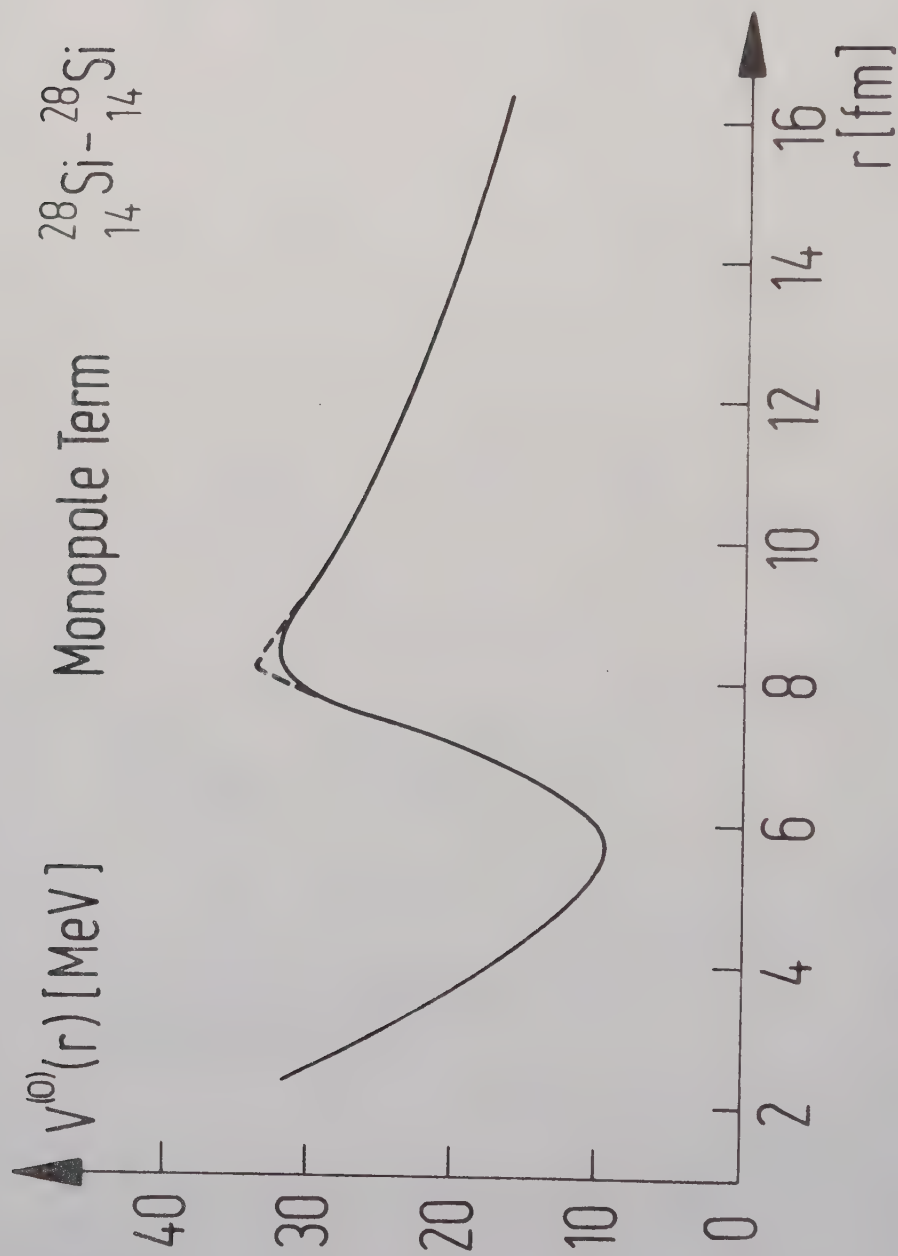


Fig.8c





$^{28}_{14}\text{Si} - ^{28}_{14}\text{Si}$

Monopole Term

U Ftm TP80-126

Fig. 9

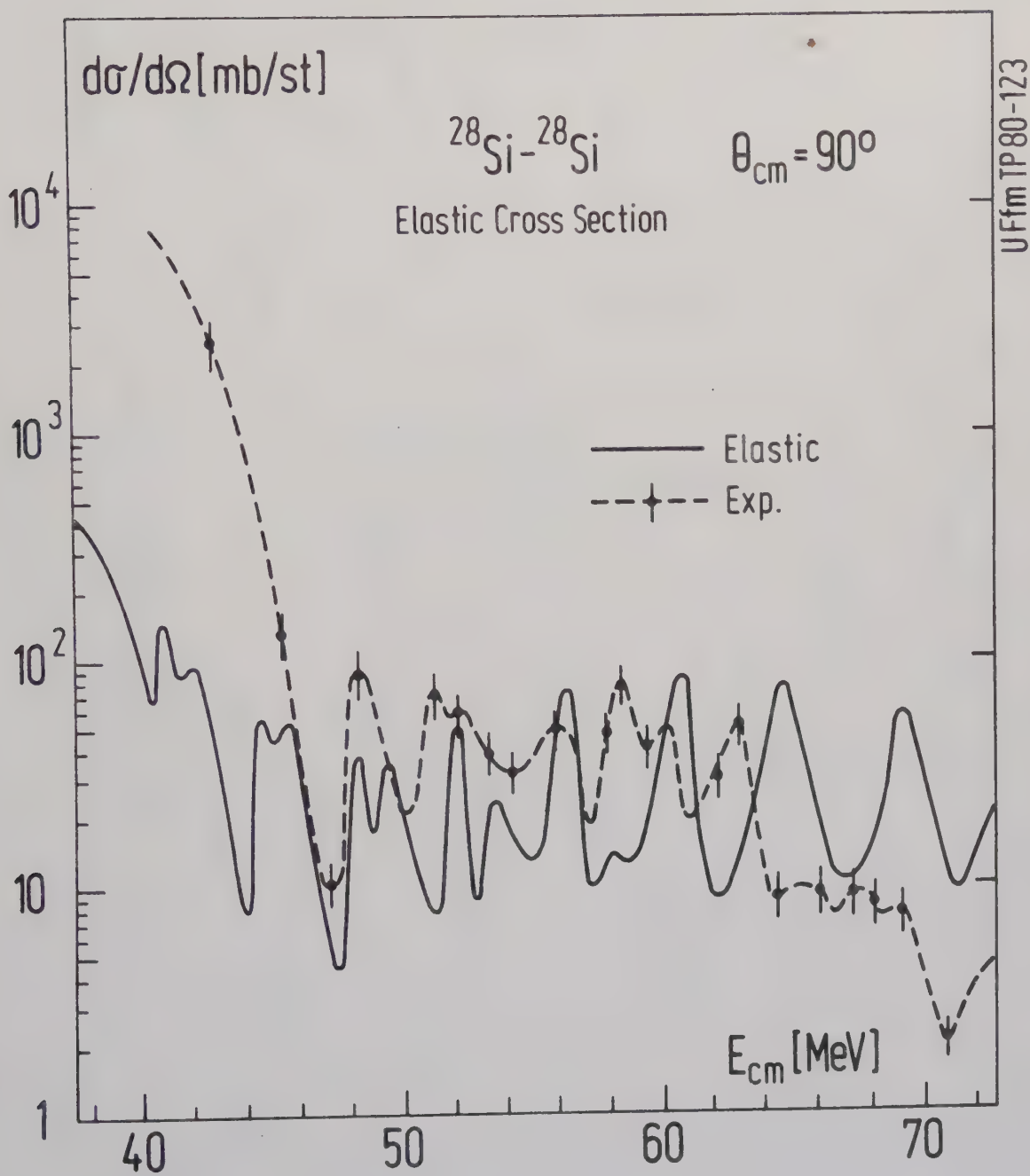


Fig. 10

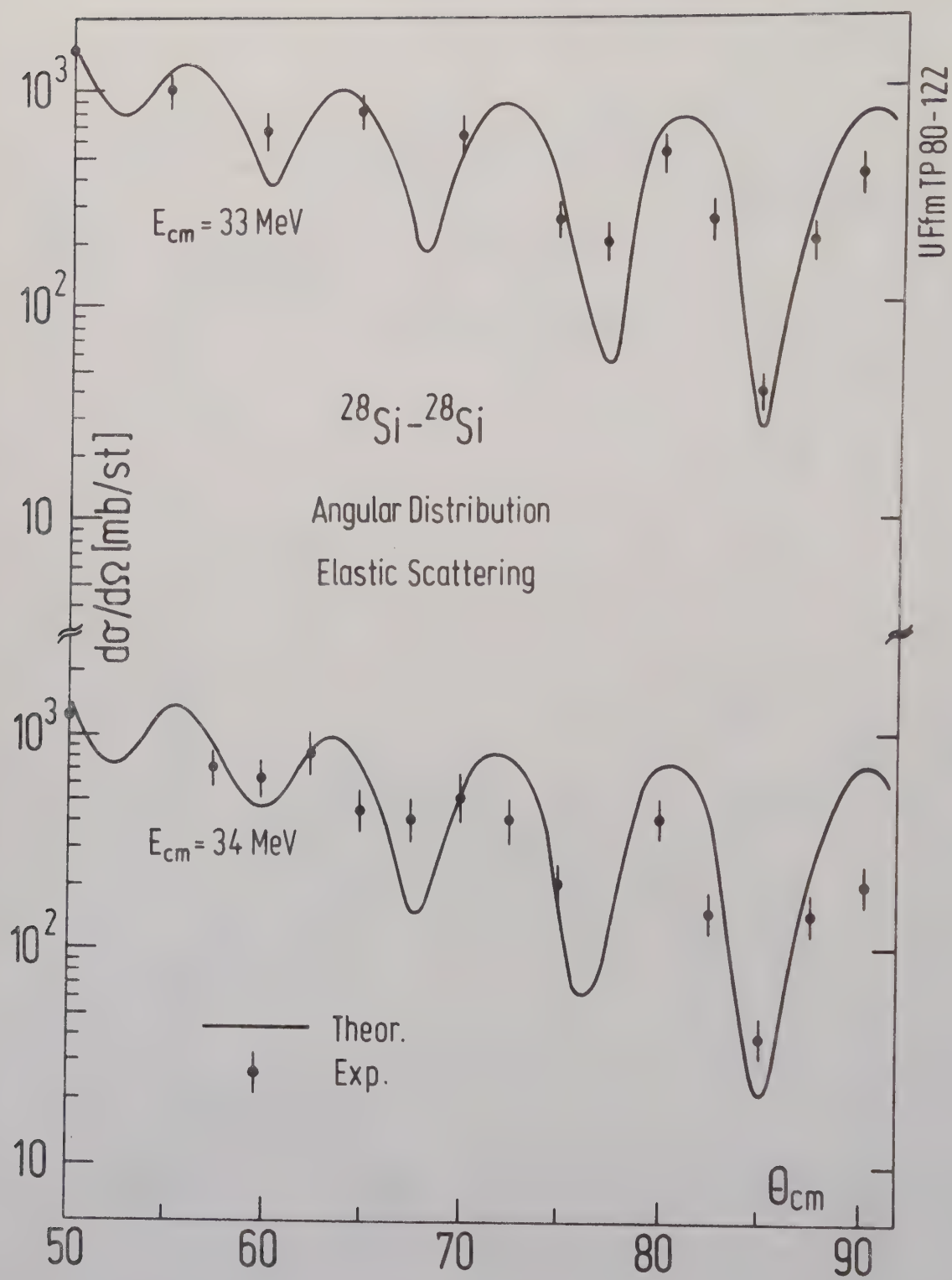


Fig. 11.1

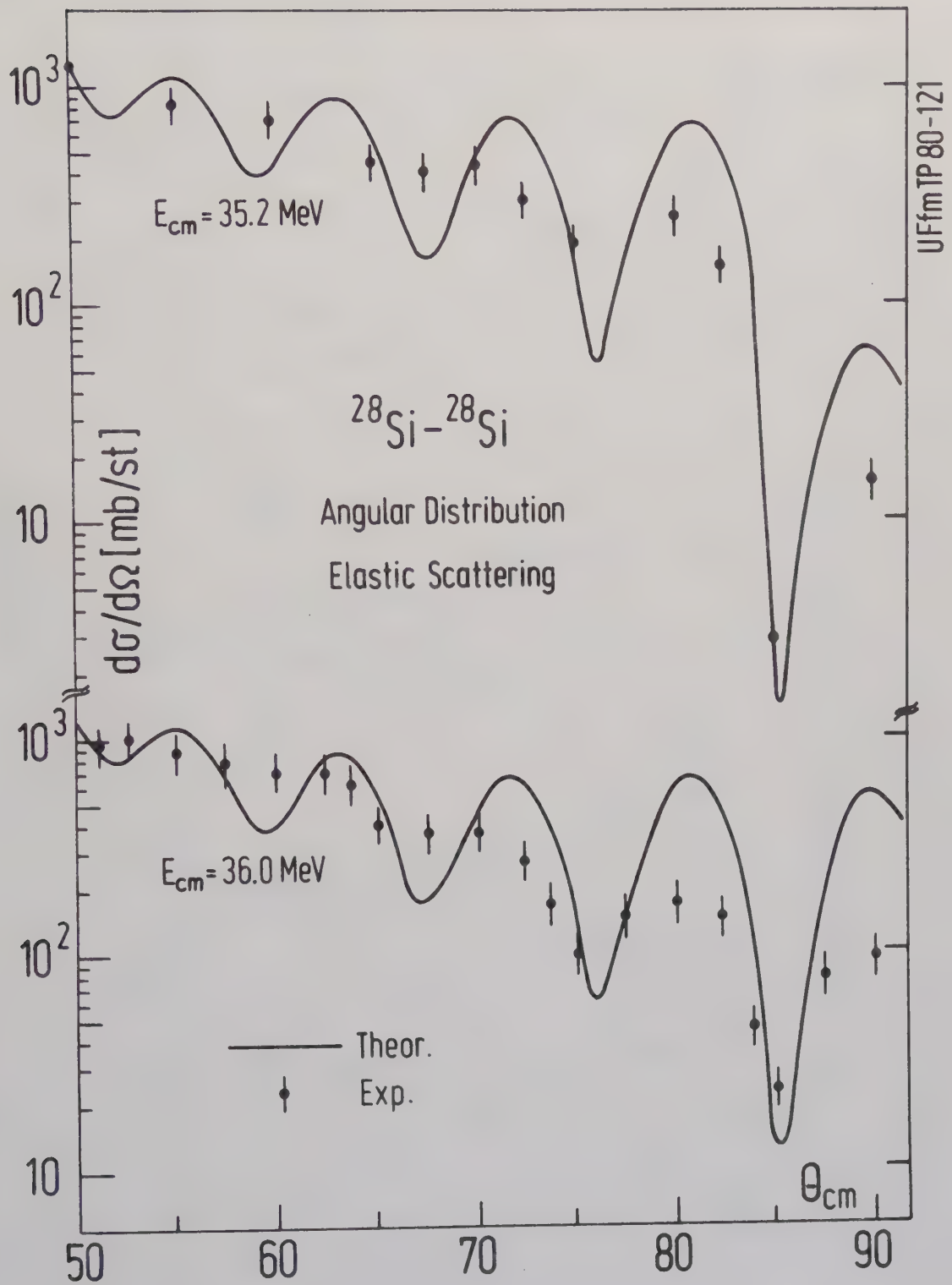


Fig. 11.2

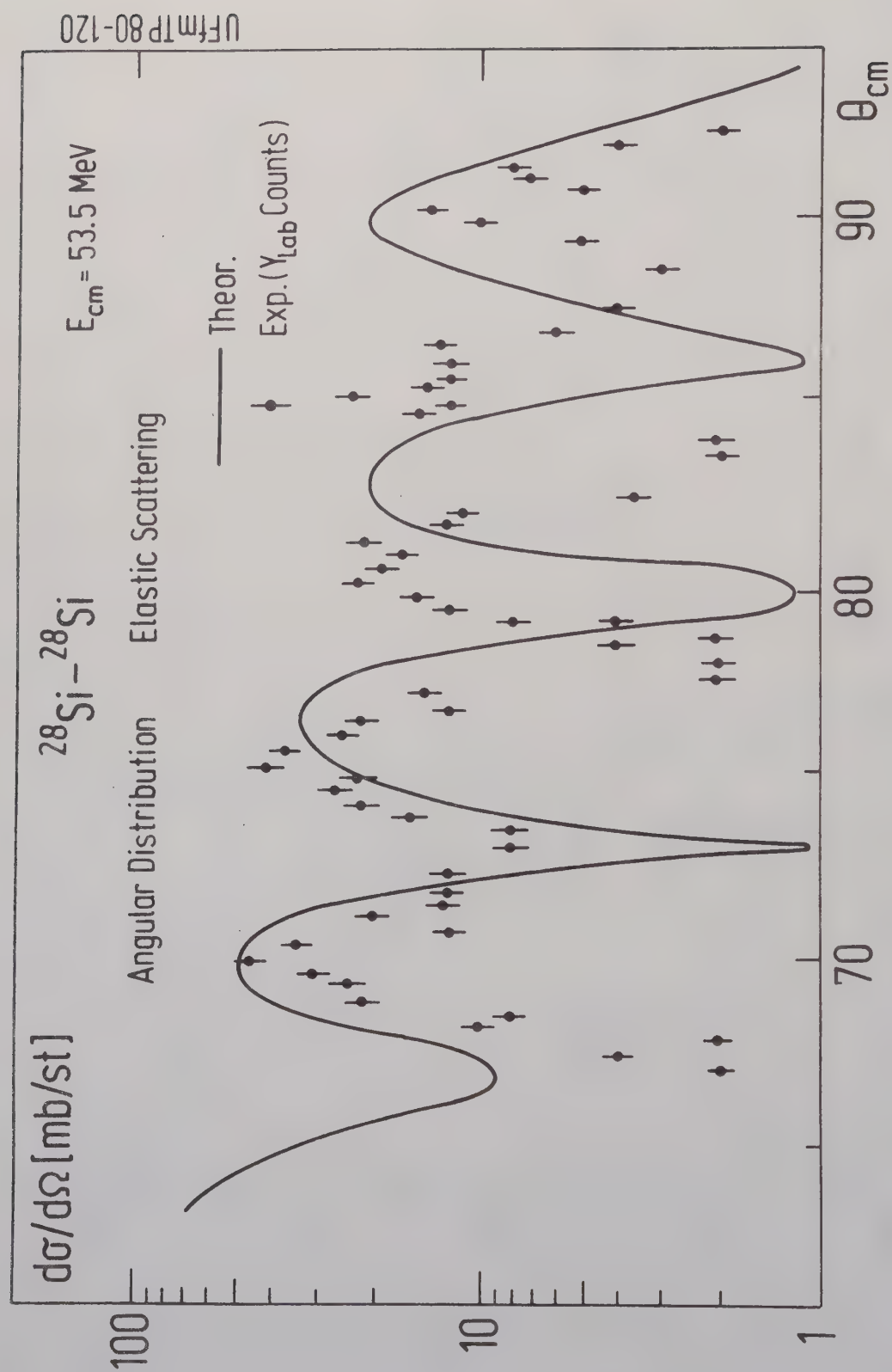


Fig. 11.3

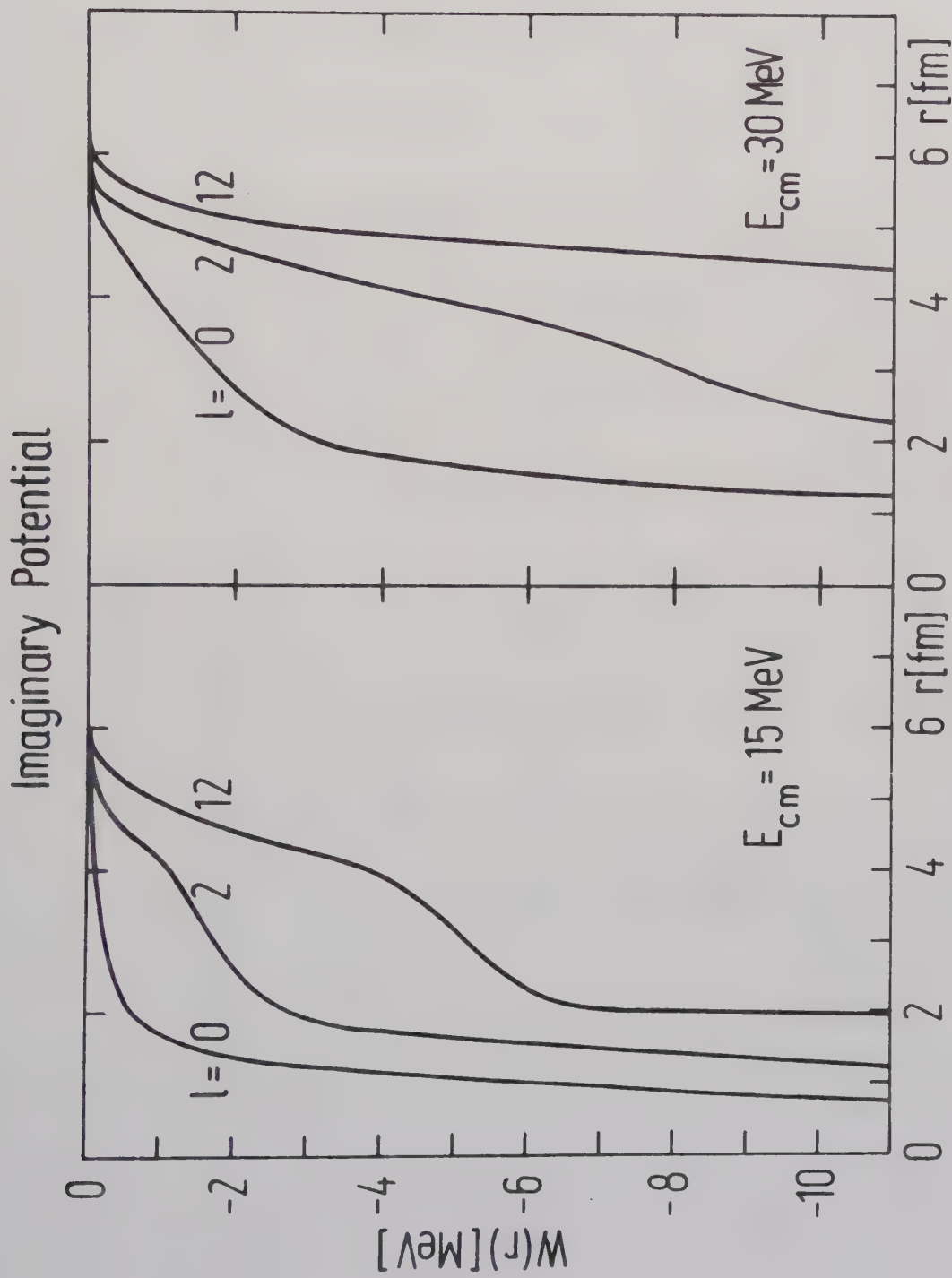


Fig.12

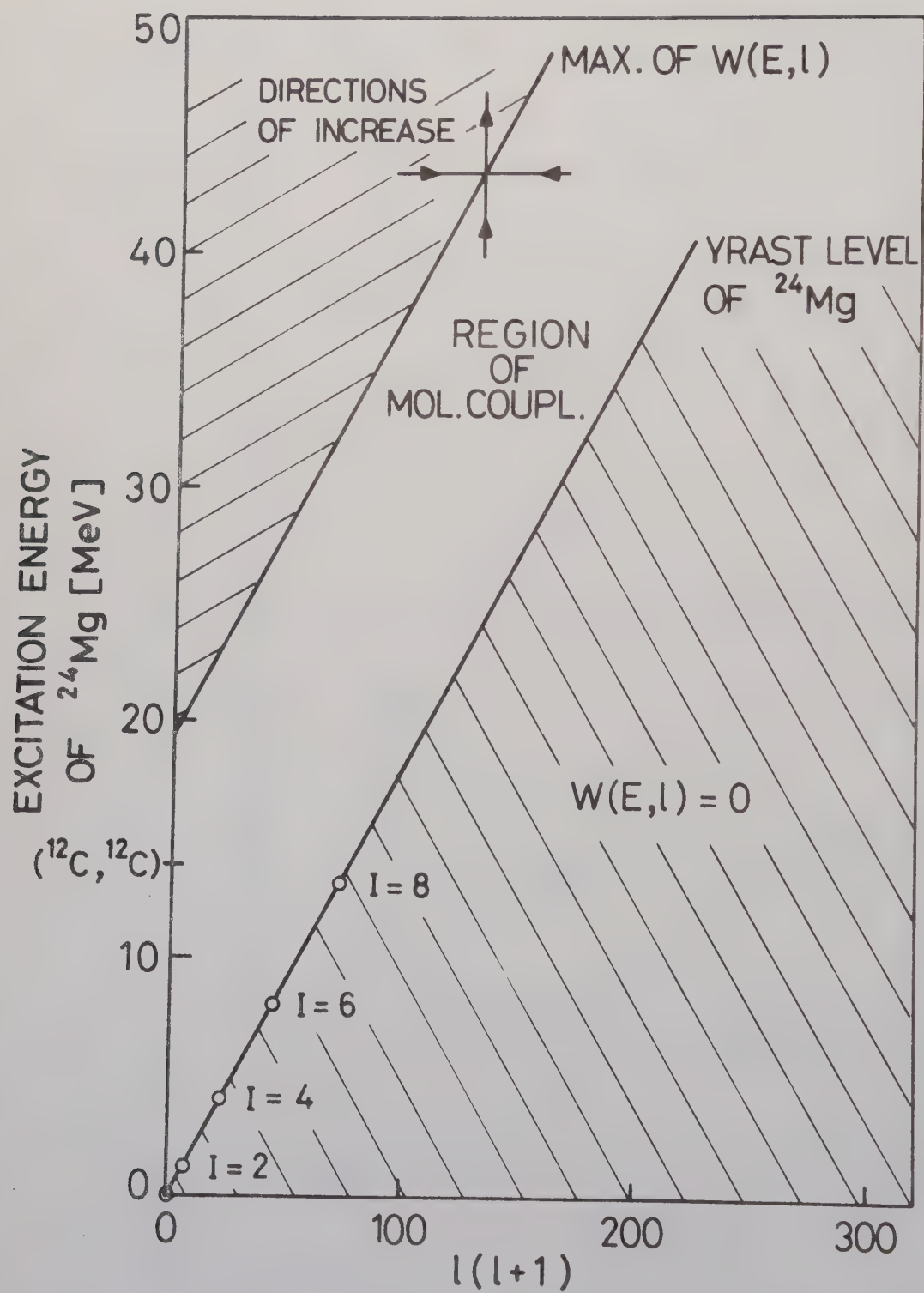


Fig.13

Literatur - Verzeichnis

- 1) D.A. Bromley et al.: Phys.Rev.Lett. 4 (1960) 365,
Phys.Rev. 123 (1961) 878
D.A. Bromley : Proc. of Internat. Conf. on Nuclear
Reaction induced by Heavy-Ions, Heidelberg 1969
(Hrsg. North-Holland Publ.Co., Amsterdam 1970) 27
R.H. Siemssen et al. : Phys.Rev.Lett. 19 (1967) 369
und 20 (1967) 175
J.v. Maher et al.: Phys.Rev. 188 (1969) 1665
W. Reilly, D.A. Bromley et al.: I₁ Nuovo Cimento
13A (1973) 897
M.L. Halbert et al.: Bull.Amer.Phys.Soc. II 18
(1975) 1387
- 2) B. Imanishi: Nucl.Phys. 125 (1969) 33
- 3) W. Scheid, W. Greiner and R.Lemmer: Phys.Rev.Lett.
25 (1970) 176 ,

W.Scheid: Habilitationsschrift Frankfurt 1970

- 4) T. Matsuse et al.: Progr.Theor.Phys. 59 (1978) 1904
- 5) G. Michaud et al.: Phys.Rev. C5 (1972) 350,
H.Voit et al.: Phys.Rev.Lett. 30 (1973) 564,
Phys.Rev. C10 (1974) 1331
- 6) T.M. Cormier et al.: Phys.Rev.Lett. 40 (1978) 924
- 7) W.Treu et al.: Phys.Rev 18 (1978) 2148
- 8) H.Lumpkin et al.: Phys.Rev. C19 (1979) 785
- 9) M.E.Rose: Elementary theory of angular momentum (1957)
- 10) W.Scheid, W.Greiner: Z.Physik 226 (1969) 364
- 11) H.J.Fink, W.Scheid, W.Greiner: Nucl.Phys. A183 (1972)
259 ,

H.J.Fink: Diplomarbeit Frankfurt 1971

T.Tamura: Rev.Mod.Phys. V37, No.2 (1965) 679

- 12) M.Danos: Ann.Phys. 63 (1971) 319
- 13) Edmonds: Angular momentum in quantum mechanics
(Princeton Univ.Pr.) 1957
- 14) G.Helling, W.Scheid and W.Greiner: Phys.Lett.
36B (1971) 64
- 15) J.Heidmann et al.: Phys.Rev. 84 (1951) 274
- 16) W.Nörenberg, H.A.Weidenmüller: Introduction to the
theory of heavy ions collision (Springer, Berlin,
Heidelberg, New York) 1976 , page 65.
- 17) E.R.Cosman: Phys.Rev.Lett. 35,No.1 (1975) 265
R.Arima: Phys.Lett 40B,No.1 (1972) 7, Nucl.Phys.
A215 (1973) 109
A.S. Goldhaber et al.: Phys.Rev.Lett. 24 (1970) 1349
H.Chandra, U.Mosel: Nucl.Phys. A298 (1978) 151
N.Cindro et al.: J.Phys. 64 (1978) 23
- 18a) J.M.Eisenberg and W.Greiner: Nuclear Models I
(North-Holland, Amsterdam)

- 18b) M.A.Preston: Structure of the nucleus (Addison -
Wesley) 1975
- 19) M.Abramowitz, I.Stegun: Handbook of mathematical
function (Dover Publ.) 1965
- 20) Amos DeShalit, Igal Tami: Nuclear shell theory
(Acad.Pr., New York, London)
- 21) L.I.Schiff: Quantum mechanics I, II (North-Holland
PublCo., Amsterdam)
- 22a) R.R.Betts, S.B. Dicenzo and J.F.Petersen: Yale
3074 - 531
- 22b) H.Emling et al.: Nucl.Phys. A239 (1975) 172
- 23) R.Könnecke : Diplomarbeit Frankfurt 1976
- 24) N.Cindro et al.: Phys.Rev.Lett. 39 (1977) 1135,
J.of Phys. G4 (1978) 23
- 25) D.Hahn, G.Terlecki, W.Scheid: Nucl.Phys. A325 (1979)
283
- 26) R.Bass: Nucl.Phys. A231 (1974) 45, Phys.Rev.Lett.

- 47B (1973) 139, Phys.Rev.Lett. 39 (1977) 265
- 27) T.Morović: Dissertation Frankfurt 1973
- 28) S.J.Skorka et al.: Nucl. Data A2 (1966) 369
- 29) W.Galster, G.Ischenko et al.: Internat.Conf. on
Reaction between complex nuclei, Nashville, Tenn.
1974 abstract 37
- 30) D.A.Bromley: Preprint Yale Univ. 1971 No. 3223 -
229
- 31) D.A.Bromley: Private communication
B.R.Fulton, T.M.Cormier et al.: Phys.Rev C21 (1980)
198
- 32) T.Mayer-Kuckuk: Physik der Atomkerne (Teubner,
Stuttgart)
- 33) T.Morović and W.Greiner: Z.Naturf. 31a (1976) 327
- 34) J.Mahrn and W.Greiner: Z.Phys. 251 (1972) 431
- 35) P.Holzer, U.Mosel und W.Greiner: Nucl.Phys. A128
(1969) 241

Danksagung.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner,
gebührt großer Dank für die Anregung zu dieser Arbeit
und für viele Ratschläge und fruchtbare Diskussionen.
Für wertvolle Diskussionen und Hinweise möchte ich den
folgenden Herren danken : Prof. Dr. W. Scheid, Prof. Dr.
J. Mahrn, R. Künnecke und Dr. Habil. H.J. Fink.
Herrn J. Hahn danke ich für seine Hilfe beim Formulieren
der Arbeit. Ferner danke ich Frau Utschig für die Fertig-
stellung der Tuschzeichnungen, Frau Sehrt für die Anfer-
tigung des Manuskriptes und Herrn W. Brose für den Druck
der Arbeit. Mein Dank gilt weiterhin der Gesellschaft für
Schwerionenforschung (GSI) für die zur Verfügung gestellte
Rechenzeit.

Lebenslauf.

Am 8. Juli 1943 wurde ich, Jannette Wasif Guirguis, als Tochter des Wasif Guirguis und seiner Ehefrau Susana in Ägypten geboren. Da besuchte ich von 1948 bis 1953 die "Primary school" und von 1954 bis 1956 die "Preparatory school". In den folgenden drei Jahren war ich Schülerin der Montaza "Secondary school" in Mietghamr, an der ich im Juli 1959 das Abitur bestand. Seit dem W.S. 1960 habe ich Physik, Mathematik und Chemie studiert an der Alexandria - Universität. Im August 1964 bestand ich die B.Sc. Seit Oktober 1964 war ich an der Alexandria-Universität in der Physikabteilung als Mitarbeiterin tätig, wo ich in 1969 M.Sc. erwarb. Seit 1975 bin ich am Institut für theoretische Physik der Johann Wolfgang Goethe - Universität zu Frankfurt am Main bei Prof. Dr. W. Greiner, wo ich an meiner Dissertation arbeitete.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren :

M.EL. Nadi, M.EL. Sherbiny, Y.S. Yonis, K. Mta, S. Tadrus,

A. Arafa, Elin-Girgis, L. Abu-Hadid, M. Lashien, M.Abdel-

Wahab, M. Kamel, W. Bessaly, Z. Morsi, M. Alixan, S.Gouda,

S. Khalil, W. Greiner, W. Scheid, J.A. Mahrn, B. Müller,

R.D. Dreizler, R. Bass, Th.W. Elze, M. Reichert, J.Weidman,

F. Constantinescu.

